CONVERSIÓN DE TASAS DE INTERÉS

Para la toma de decisiones: Uso y aplicación a nivel personal y empresarial

Luis Fernando Vargas
Karol Daniela Losada Alvarez
Daniela Aldana Perez

Universidad de la Amazonia

Universidad de la
Amazonia

© **Luis Fernando Vargas**
Código ORCID: 0000-0002-6660-622X
Magister en Gerencia Integral de Proyectos, Universidad de la Amazonia, perteneciente al Grupo de Investigación en Gestión Empresarial y Administración "GIGA" y Coordinador del Semillero de Investigación en Finanzas "SIFIN".
Email institucional: luis.vargas@udla.edu.co

https://scholar.google.es/citations?user=92Gd4CoAAAAJ&hl=es
https://www.researchgate.net/profile/Luis-Vargas-60

© **Karol Daniela Losada Alvarez**
Código ORCID: 0009-0004-3724-3353
Estudiante universitaria del programa Administración de Empresas, Universidad de la Amazonia, directora del Semillero de Investigación en Finanzas "SIFIN".
Email institucional: karo.losada@udla.edu.co

https://scholar.google.es/citations?user=d9PTz6kAAAAJ&hl=es
https://www.researchgate.net/profile/Karol-Losada

© **Daniela Aldana Perez**
Código ORCID: 0009-0005-5064-2022
Estudiante universitaria del programa Administración de Empresas, Universidad de la Amazonia, directora Administrativa del Semillero de Investigación en Finanzas "SIFIN".
Email institucional: dan.aldana@udla.edu.co

https://scholar.google.com/citations?hl=es&user=I-WHGKQAAAAJ
https://www.researchgate.net/profile/Daniela-Aldana-Perez

DISEÑO DE PORTADA
Equipo Editorial, Universidad de la Amazonia

PUBLICADO POR:
Editorial - Universidad de la Amazonia 2025.

Esta Obra es producto de la Convocatoria Interna para la Publicación de Libros Académicos o de Textos 2023-2024 de la Universidad de la Amazonia, Resolución 1543.

Universidad de la Amazonia
VICERRECTORÍA DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN
EDITORIAL UNIAMAZONIA

Esta obra deberá ser citada de la siguiente manera:

Vargas, L. F, Losada Alvarez, K. D. y Aldana Perez, D. 2025. Conversión de tasas de interés para la toma de decisiones: uso y aplicación a nivel personal y empresarial. (1 ra). Editorial Universidad de la Amazonia. pp. 182. Tamaño (18 x 26 cm).

Incluye bibliografía.

ISBN Digital 978-628-7693-43-2

Código DOI

Número y año de edición: Primera edición, 2025.

1. Tasa de Interés. 2. Tipos de Interés. 3. Tipos de Mercado Monetario.
CDD: 332.8 ed.22
Tiraje: Online.

Diseño y diagramación
Equipo Editorial Universidad de la Amazonia

Vicerrectoria de Investigación e Innovación
Editorial Universidad de la Amazonia
Campus Porvenir: Calle 17 Diagonal 17 con Carrera 3F - Barrio Porvenir
Contacto: vrinvestigaciones@udla.edu.co - editorial@uniamazonia.edu.co

Florencia, Caquetá 2025.

Universidad de la Amazonia
VICERRECTORÍA DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN
EDITORIAL UNIAMAZONIA

Esta Obra es producto de la Convocatoria Interna para la Publicación de Libros Académicos o de Textos 2023-2024 de la Universidad de la Amazonia, Resolución 1543.

Esta obra es publicada por la Editorial de la Universidad de la Amazonia, en el marco de la Convocatoria
Interna para la Publicación de Libros Académicos o de Textos 2023-2024 de la Universidad de la
Amazonia Resolución No. 1543 del 24 de mayo de 2024
Florencia - Caquetá

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN

El presente manuscrito tiene como objetivo proporcionar conceptos y herramientas prácticas para la toma de decisiones a nivel de inversión, financiación, operatividad y reparto de dividendo, logrando un desarrollo optimo en todas las dimensiones del futuro profesional y demás disciplinas afines. Metodológicamente, el libro sigue con rigurosidad científica las bases de datos disponibles en la universidad, facilitando y maximizando la investigación formativa de los estudiantes. En virtud de lo cual, el lector encontrara tres apartados importantes. En primera instancia, como primer apartado, el lector encontrará una breve reseña histórica de la ingeniería económica o matemáticas financieras, comparada con la ingeniería financiera y, conceptos básicos afines a la misma. El segundo apartado, el cual corresponde a las clases de interés en Colombia, integrado por el interés simple o no capitalizado y, el interés compuesto o capitalizado. Así mismo, encontrará el último apartado caracterizado como número tres, denominado conversión de tasas de interés en Colombia, en donde se encontrará y entenderá con facilidad la temática de la conversión de tasas de interés en Colombia. Conviene precisar que, el orden de estas temáticas obedece al trabajo disciplinado y comprometido de dos estudiantes del Programa Administración de Empresas y un docente, integrantes del Semillero de Investigación en Finanzas "SIFIN", adscrito y reconocido por Vicerrectoría de Investigaciones de la Universidad de la Amazonia ubicada en Florencia-Caquetá, que se colocaron como objetivo social, el compartir conocimiento de una manera más practica y sencilla a todos los estudiantes universitarios locales, nacionales e internacionales.

PALABRAS CLAVES
Tasas, interés, conversión, personal, empresarial.

ABSTRACT

This manuscript aims to provide concepts and practical tools for decision making at the investment, financing, operational and dividend distribution levels, achieving an optimal development in all dimensions of the future professional and other related disciplines. Methodologically, the book follows with scientific rigor the databases available in the university, facilitating and maximizing the formative research of the students. Therefore, the reader will find three important sections. First, as the first section, the reader will find a brief historical review of economic engineering or financial mathematics, compared with financial engineering and basic concepts related to it. The second section, which corresponds to the types of interest in Colombia, integrated by simple or non-capitalized interest and compound or capitalized interest. Likewise, you will find the last section characterized as number three, called conversion of interest rates in Colombia, where you will easily find and understand the subject of the conversion of interest rates in Colombia. It should be noted that the order of these topics is due to the disciplined and committed work of two students of the Business Administration Program and a teacher, members of the Finance Research Seminar “SIFIN”, attached and recognized by the Vice-Rectory of Research of the Universidad de la Amazonia located in Florencia-Caquetá, who set as a social objective, to share knowledge in a more practical and simple way to all local, national and international university students.

KEYWORDS
Rates, interest, conversion, personal, business.

PRESENTACIÓN

Las estudiantes Karol Daniela Losada Álvarez y Daniela Aldana Pérez junto con el docente Luis Fernando Vargas, entregan y colocan al servicio de los jóvenes universitarios de las facultades de ciencias Económicas, Contables y Administrativas, como también a los estudiosos de las Matemáticas Financieras o Ingeniera Económica, y a la comunidad en general, este importante libro titulado "Conversión de Tasas de Interés para la Toma de Decisiones: Uso y Aplicación a Nivel Personal y Empresarial", resultado de muchos semestres de experiencia docente y un gran compromiso y rendimiento académico de las estudiantes universitarias del programa de Administración de Empresas de la Universidad de la Amazonia. En virtud a ello, y producto de orientar los encuentros académicos Finanzas e Ingeniería Económica durante muchos años y de una vasta experiencia profesional, este texto fue escrito y diseñado para facilitar y enriquecer los procesos matemáticos financieros en la toma decisiones de inversión, financiación, operatividad, reparto de dividendos y bio-finanzas, ya sea, a nivel personal o empresarial, de manera que, se logre un armónico desarrollo sostenible de las diferentes regiones a donde pueda llegar esta publicación.

Es de resaltar qué, la utilización de las Matemáticas Financieras son la base de la evaluación financiera y económica de los proyectos, ya sean públicos o privados; y que, en el mundo de la Ingeniería Económica, puntualmente la conversión de tasas de interés, a pesar de ser un tema aparentemente técnico y especializado; y que todos los días aparecen productos o instrumentos financieros modernos y de difícil comprensión para el ciudadano común y corriente, o inclusive, para los estudiantes que eligen carreras afines a la temática, se diseña y crea esta publicación para manejar y presentar una metodología clara y precisa de entender en el proceso de enseñanza-aprendizaje para cualquier lector, utilizando un lenguaje de fácil asimilación en cuanto a terminología y conceptualización, como también ejercicios prácticos y reales, sin olvidar la utilización de las calculadoras financiera y las funciones financieras en Excel. Cabe aclarar que, este libro suministrara también los conceptos básicos sobre educación financiera, salud financiera e inteligencia financiera, elementos importantes y necesarios en la toma de decisiones para la vida personal o empresarial, logrando así, desmitificar los falsos paradigmas del ser humano acerca de la inversión y la financiación, teniendo como base la conversión de tasas de interés.

En resumidas cuentas y no siendo menos importante, esperamos que el libro se convierta en una herramienta valiosa que permita a los lectores, no solo estudiantes sino también profesionales y cualquier persona interesada transformar su visión para que puedan tomar decisiones informadas que inspiren a más personas o empresas a explorar las infinitas posibilidades que ofrece el conocimiento financiero.

Con gratitud y entusiasmo, agradeciendo a Dios, Jesucristo y, la Virgen María con toda su corte de Santos y Arcángeles por los conocimientos diariamente adquiridos a través de su generosa misericordia con nosotros, a Vicerrectoría de Investigaciones liderada por el Doc. Juan Carlos Suarez, al Programa Administración de Empresas de la Universidad de la Amazonia, les damos la bienvenida a este recorrido por el fascinante mundo de las matemáticas financiera e ingeniería económica.

INTRODUCCIÓN

Las Matemáticas Financieras o la Ingeniería Económica son disciplinas que suministran conocimientos básicos e importantes para el buen desarrollo de las finanzas en los ámbitos personales y empresariales, es decir, estudian y analizan el comportamiento de los ingresos y egresos de manera cronológica de una actividad o ejercicio financiero, inclusive, en la vida personal, ya sea, a nivel de inversión o financiación, sin olvidar la operatividad de la dos anteriores y su resultado o ganancias, de manera que, examina de una manera rigurosa el flujo de dinero o capital a través del tiempo (VDT) y su impacto económico en cualquier fecha focal, determinado su valor en términos de crecimiento (riqueza) o decrecimiento (pobreza). Cabe aclarar que, este importante libro titulado "Conversión de Tasas de Interés para la Toma de Decisiones: Uso y Aplicación a Nivel Personal y Empresarial" brindará y desarrollará una serie de contenidos muy significativos y prácticos para la toma de decisiones, logrando un óptimo desarrollo en todas las dimensiones del futuro profesional y demás disciplinas afines. Conviene aclarar y resaltar que, este libro es el resultado de un riguroso y crítico proceso de intercambio de conocimiento y experiencia profesional del docente y del sentir de los estudiantes, durante varios años de desempeño de esta muy noble labor.

Después de haber analizado y estudiado varios textos existentes en el mercado, el diseño de esta obra es de tres apartados importantes. En primera instancia, el apartado uno, en donde el lector encontrará una breve reseña histórica de la ingeniería económica o matemáticas financieras y conceptos básicos afines a la misma. Su segundo apartado, el cual corresponde a las clases de interés en Colombia, integrado por el interés simple o no capitalizado y el interés compuesto o capitalizado, integrando definiciones y ejercicios prácticos de los mismos. Un último apartado, caracterizado como número tres, denominado conversión de tasas de interés en Colombia, en donde el lector encontrara y entenderá con mucha facilidad sobre esta temática y el mismo podrá convertirlas así: De una tasa de interés nominal anual a una tasa interés efectiva anual, dependiendo las capitalizaciones; de una tasa de interés efectiva anual a una tasa de interés nominal anual, dependiendo las capitalizaciones; De una tasa de interés efectiva anual a una tasa de interés efectiva periódica; De una tasa de interés efectiva periódica a una tasa de interés efectiva anual; De una tasa de interés efectiva periódica a una tasa de interés efectiva periódica; De una tasa de interés nominal anual vencida a una tasa de interés efectiva periódica vencida; De una tasa de interés nominal anual anticipada a una tasa de interés efectiva periódica anticipada; De una tasa de interés efectiva periódica anticipada a una tasa de interés efectiva periódica vencida; De una tasa de interés efectiva periódica vencida a una tasa de interés efectiva periódica anticipada; De una tasa de interés efectiva anual a una tasa de interés nominal anual vencida; De una tasa efectiva anual a una tasa de interés nominal anual anticipada. Conviene precisar que, el orden de estas temáticas obedece al trabajo disciplinado y comprometido de dos estudiantes del programa Administración de empresas y un docente, integrantes del semillero de investigación en finanzas "SIFIN", de la Universidad de la Amazonia ubicada en Florencia Caquetá, que se colocaron como objetivo social, el compartir conocimiento de una manera más practica y sencilla a todos los estudiantes universitarios locales, nacionales e internacionales.

FUNDAMENTOS DE LA INGENIERA ECONÓMICA O MATEMÁTICA FINANCIERA

1. FUNDAMENTOS DE LA INGENIERA ECONÓMICA O MATEMÁTICA FINANCIERA

1.1 Reseña Histórica

Desde épocas remotas en la prehistoria, el ser humano ha experimentado diferentes situaciones de carácter social, económica y cultural que han forjado la historia de la humanidad, desde los primeros intercambios comerciales hasta las complejas operaciones financieras actuales, la necesidad de evaluar alternativas y cuantificar el valor en el tiempo ha impulsado el desarrollo de conceptos y herramientas cada vez más sofisticadas. Las matemáticas, uno de los conocimientos más antiguos e importantes, están presentes en todos los ámbitos de nuestra vida cotidiana para la toma de decisiones a nivel personal y empresarial, ya sea, para inversión o financiación y, como lo escribe el autor Castillo (2013) en su informe "5000 años de historia de la matemática" expone que estas comenzaron desde 9.000-3.000 A.C. con la edad de piedra:

Entre las primeras actividades del hombre prehistóricas se pueden nombrar la conservación del fuego, la creación de trampas, la construcción de casas y tiendas, también la determinación de distancias con sus cuerpos y sus pasos, el grabado de escenas en sus cavernas, la observación del movimiento de los astros y las direcciones en el espacio. En estas actividades prehistóricas están presentes los conceptos de: números, medidas y orden. Tal es el caso del trueque, que llegó a ser la base del comercio durante un largo periodo que no es otra cosa que la idea de correspondencia o función, que es uno de los conceptos básicos de la Matemática. (p.2)

Algo similar ocurrió con las matemáticas financieras. Su origen se remonta a las antiguas civilizaciones, donde el comercio y los prestamos eran actividades cotidianas de la sociedad. Los babilones fueron los primeros en introducir el concepto de interés con el código de Hammurabi para los años 1800 a.C. Con lo anterior se demuestra que las civilizaciones de manera intuitiva utilizaban sus conocimientos para determinar el crecimiento de los préstamos y los intereses generados en su ejercicio financiero. Poco tiempo después, para los años 1401-1500 d.C nacen los bancos internacionales, facilitando el comercio entre las civilizaciones y permitiendo un manejo eficiente y preciso de sus finanzas. La ingeniería económica, tal como se conoce hoy, surge a mediados de los años 1801-1900 d.C con el hito de la revolución industrial tras la necesidad de evaluar las innovaciones que surgieron en aquella época como lo es la primera línea de ferrocarril en el año 1825. Ingenieros como Arthur M. Wellington realizaron importantes contribuciones al establecer principios fundamentales para la evaluación de alternativas de inversión en proyectos de ingeniería (Sullivan et al., 2004). Ahora bien, como un enfoque moderno, en la década de 1980 surge la ingeniería financiera, destinada a desarrollar nuevos modelos de operaciones financieras que impulsaron el desarrollo de técnicas y herramientas para resolver problemas complejos en el ámbito financiero.

Definición de Gestión

Conjunto de acciones orientadas a la administración de los recursos personales o empresariales (Mora et al., 2016).

Definición de Empresa

Es una organización que integra y coordina los recursos humanos, materiales, económicos y tecnológicos para asegurar el correcto funcionamiento del proceso administrativo (Trujillo, 2012).

Con lo anterior se demuestra la importancia de las bases para las matemáticas financieras e ingeniería económica, de manera que estas contribuyen a desarrollar el pensamiento lógico y deductivo, permitiendo al ser humano adquirir una visión precisa del mundo que los rodea. Por esta razón, es importante tenerlos en cuenta desde primaria, secundaria y, más aún, cuando se está en la Universidad, ya que, las matemáticas son las bases que permiten potencializar y entender lo que se está estudiando en las diferentes disciplinas del saber conocer, porque en su gran mayoría se encuentran presentes; por lo tanto, tener una comprensión solida de estos conceptos matemáticos son cruciales para el éxito personal y empresarial.

La autora numeróloga empresarial Denise Shull (2012), en su libro "Juegos mentales de mercado: una psicología radical de la inversión, el trading y el riesgo" destaca el papel fundamental de las matemáticas en el éxito empresarial. Shull sostiene que las empresas que comprenden y utilizan eficazmente los conceptos matemáticos están mejor posicionadas para tomar decisiones estratégicas sólidas, optimizar sus operaciones y maximizar sus ganancias.

De manera similar ocurre con el éxito personal. Los seres humanos poseen diversas habilidades, como la capacidad de leer y comprender problemas, identificar variables relevantes, analizar e interpretar datos, aplicar conceptos matemáticos y formular soluciones precisas. Aunque las matemáticas pueden parecer intimidantes al principio, en realidad son herramientas fundamentales para cualquier empresario que aspire al éxito. Utilizarlas adecuadamente permite optimizar procesos y asegurar el logro de metas personales y profesionales.

Definición de Gestión Empresarial

Se centra en lograr la eficiencia y eficacia de los procesos organizacionales, desarrollando estrategias que faciliten el crecimiento y éxito de la empresa (Hernandez y Ricardo, 2018).

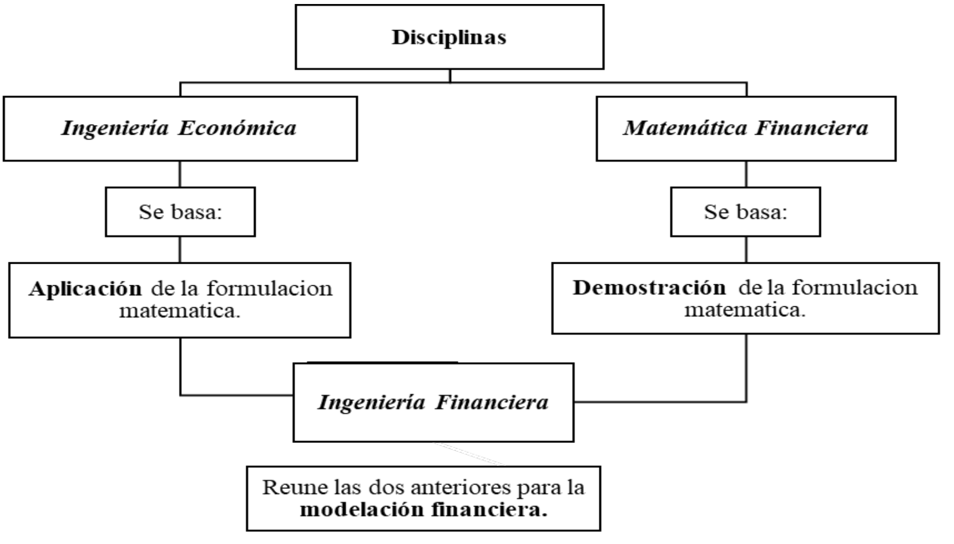
Por consiguiente, se recomienda a cualquier estudiante de administración de empresas y carreras afines que, antes de abordar el espacio académico de Ingeniería Económica, deben tener una fundamentación básica y sólida de conocimientos matemáticos, ya que, las matemáticas financieras (sinónimo de la ingeniería económica) implican la utilización de una serie de fórmulas con sus respectivos cálculos y análisis, donde se exigen o requieren una comprensión más profunda de estos mismos conceptos, pero, antes de conocer cuáles son estos conocimientos mínimos, básicos y necesarios, se hablara y definirá la ingeniería económica como una disciplina importante en el mundo empresarial y en la toma de decisiones para lograr un crecimiento sostenido y responsable a través del tiempo, es decir, lograr un desarrollo sostenible y sustentable para las personas, empresas y regiones. Blank et al. (2012) afirma que, la ingeniería económica formula, estima y evalúa los resultados económicos que se generan al tomar decisiones entre distintas alternativas para lograr un objetivo específico. En otras palabras, esta disciplina puede definirse como un conjunto de herramientas matemáticas que facilitan la comparación de opciones desde una perspectiva económica. Así que, debido a su enfoque analítico y cuantitativo, esta rama de la ingeniería se encarga de evaluar la viabilidad y el valor de las diferentes opciones disponibles para la asignación de recursos en proyectos, inversiones y negocios. La ingeniería económica se centra en aplicar principios y técnicas matemáticas, económicas y financieras para tomar decisiones sobre inversiones, evaluación de proyectos y asignación de recursos en el entorno empresarial. Según Rey y Moreno (2022), esta disciplina se considera un método que integra conocimientos económicos en el campo de la ingeniería, combinando el análisis técnico de los proyectos con la estimación de costos y beneficios.

Fundamentalmente la ingeniería económica implica formular, estimar y evaluar los resultados económicos cuando existan alternativas disponibles para llevar a cabo un propósito definido. Otra forma de analizar el concepto de ingeniería económica según Boulanger (2007) consiste en un proceso integral y esencial en la gestión y operación diaria de empresas, corporaciones del sector privado y público, agencias gubernamentales y organizaciones sin fines de lucro. También, como lo indica el profesor Rodolfo Enrique Sosa Gómez: las matemáticas financieras o ingeniería económica tienen como objetivo fundamental el estudio y análisis de todas aquellas operaciones y planteamientos en los cuales intervienen las magnitudes de capital, interés, tiempo y tasa (Sosa, 2013).

Ahora bien, los conceptos matemáticos mínimos y básicos necesarios que debe tener en cuenta un estudiante al momento de tomar o cursar un espacio de estos y producto de la experiencia y labor docente, son: Despeje de variables de las diversas fórmulas generales, ya que, se observa mucha deficiencia en los estudiantes; factor común, o factorización; la regla de tres simple y compuesta, porque en su gran medida no se entiende la estructura y su planteamiento; cálculo de las distancias o espacios entre fechas; propiedades distributivas de la multiplicación; propiedades básicas de la matemáticas; la potenciación; progresiones aritméticas y geométricas; las propiedades de los logaritmos, entre otras. Es por esto que, cualquier estudiante debe desarrollar una comprensión sólida de los conceptos matemáticos básicos e importantes, en lugar de depender únicamente de la memorización y mecanización de los pasos, lo cual le implicara dificultades muy complejas al momento de desarrollar fórmulas más avanzadas en niveles superiores de estas disciplinas, por lo que se recomienda una buena revisión algebraica antes de tomar cualquier curso de estos.

La ingeniería económica, matemática financiera e ingeniería financiera son disciplinas exactas relacionadas entre sí, debido a que, se centran en distintos aspectos financieros y económicos de nuestra realidad, pero que tienen por objetivo brindar herramientas y técnicas esenciales para la toma decisiones a nivel de inversión y financiación, logrando así, la optimización de la gestión empresarial y personal, de manera que, se alcance la maximización de la riqueza, pero de una manera sostenible y sustentable. Lo anterior significa que, es importante e indispensable conocer y aplicar el manejo de la conversión de tasas de interés, ya que, suministra información detallada de las diferentes opciones que se le pueden presentar a un inversionista, midiendo y comparando la rentabilidad en términos efectivos y reales, luego, escoger la mejor alternativa de inversión o financiación de cualquier actividad financiera, optimizando el grado de incertidumbre. A continuación, se presenta de manera general cada disciplina:

Figura 1
Generalidades de las diferentes disciplinas.



Fuente: *Elaboración propia.*

La figura 1, ilustra la relación entre la ingeniería económica, matemática financiera e ingeniería financiera. La ingeniería económica se basa en la aplicación práctica de la formulación matemática para resolver problemas económicos-financieros, es decir, toma la formula, la aplica, resuelve y toma decisiones, mientras que la matemática financiera se enfoca en la demostración de dicha formulación matemática, es decir, sin conocer la formulas ya pre establecidas, y mediante las variables implícitas en el ejercicio o problema, demuestra y establece su propia formulación matemática, por lo tanto se dice que esta disciplina es la encargada de:

Estudiar el conjunto de conceptos y técnicas cuantitativas de análisis útiles para la evaluación y comparación económica de las diferentes alternativas que un inversionista, o una organización pueden llevar a cabo y que normalmente están relacionadas con proyectos o inversiones en: sistemas, productos, servicios, recursos, inversiones, equipos, etc., para tomar decisiones que permitan seleccionar la mejor o las mejores posibilidades entre las que se tienen en consideración. (Ramírez et al., 2009, p.13).

Finalmente, la ingeniería financiera reúne las anteriores dos disciplinas, integrando la aplicación práctica y la demostración matemática, como base para desarrollar y modelar financieramente cualquier problema o ejercicio, creando nuevas estrategias y herramientas en el ámbito financiero para la toma de decisiones mucho más acertadas y mermando el grado de incertidumbre en los negocios, de manera que, al combinar conceptos de ingeniería, matemáticas, finanzas y economía, los profesionales utilizan esos conocimientos y su ingenio para ejecutar ideas innovadoras que resuelven los problemas relacionados con los riesgos financieros (Urbina y Aranda, 2017).

Conviene aclarar que, estas disciplinas están interrelacionadas, como ya se ha mencionado con anterioridad, y, a menudo se utilizan de manera conjunta para abordar diversas situaciones financieras y económicas en distintos contextos y ámbitos del mundo empresarial y personal, ya sea, como gerente empleado, gerente independiente o emprendedor independiente, en cualquier sector de la economía. Dicho lo anterior, y para comprender mejor estas tres disciplinas en cuanto a su alcance y profundidad, se hace necesario y para mejor comprensión del lector, realizar un análisis comparativo entre ingeniería económica, matemática financiera e ingeniería financiera:

Tabla 1
Análisis comparativo entre las principales disciplinas financieras.

Aspectos	Ingeniería Económica	Matemática Financiera	Ingeniería Financiera
Definición	Se centra en la evaluación sistemática de las alternativas de solución a problemas de ingeniería, con base en los resultados de modelos económicos financieros como apoyo a la toma de decisiones" (Corporación Universidad de la Costa, 2020).	Herramienta esencial en la toma de decisiones que respectan a la trasformación de dineros bien sea para proyectos o inversiones; la funcionalidad y finalidad de la matemática financiera es predecir los resultados que pueden suceder a futuro (Velásquez, 2021).	Es la utilización de instrumentos financieros para reestructurar un perfil de las finanzas existentes y conseguir otro con unas propiedades mejoradas y más deseables (Orientación Universia, 2020).
Origen	Se desarrolló en la década de 1930 y sus principios fueron establecidos por pioneros como Arthur Wellington y Eugene Grant. Las técnicas de la ingeniería económica ayudan a tomar decisiones evaluando factores como los costos, beneficios y riesgos a corto y largo plazo (Castillo, 2015).	La matemática financiera remonta sus orígenes desde los auges de la civilización humana, sin embargo, este modelo cobró gran relevancia a partir del surgimiento del comercio, donde se fueron puliendo las técnicas matemáticas-financieras con el objetivo de que los comerciantes tuviesen claro qué debían obtener y cuánto obtener por el intercambio de sus bienes. (Kisbye & Levstein, 2010, pág. 11).	Esta disciplina nace en la década de los 80 en algunos bancos ingleses al idear nuevas técnicas financieras, a estos nuevos métodos de análisis se les llamo ingeniería financiera; la palabra ingeniería proviene del latín "ingenium", es decir ingenioso y creativo como una de las características que representa a la ingeniería financiera por su enfoque al diseño de nuevas herramientas financieras (Universidad Veracruzana, 2014).
Principales Autores	Eugene Lodewick Grant (1897-1996) con principios de la ingeniería económica y A. M. Wellington (1987) con el análisis económico en los proyectos ingenieriles (Rey & Moreno, 2022).	Louis Bachelier (1870-1946) con la teoría de la especulación y Fischer Sheffey Black (1938-1995) con equation de Black-Scholes. (Universidad Politécnica de Cartagena, 2013).	Harry Max Markowitz, (1927-2023) con la teoría moderna del Portfolio y William Forsyth Sharpe (1934) con sus aportaciones a la teoría de la economía financiera. (Almenara, 2017).
Enfoque principal	Su principal objetivo es la toma de decisiones basada en las comparaciones económicas de las distintas alternativas tecnológicas de inversión" (Food and Agriculture Organization, 1998).	Se enfoca en el estudio del valor del dinero como medio para conocer la rentabilidad de los múltiples productos existentes en los mercados financieros (Cajasol Business School, 2024).	Se enfoca principalmente en el diseño, el desarrollo y la implementación de instrumentos y procesos financieros innovadores; además se encarga de la formulación de soluciones creativas a problemas comunes que se puedan originar en torno a las finanzas (Universidad Veracruzana, 2014).
Aplicaciones comunes	Su aplicación cubre las áreas de diseño, compra y producción suministrando información acerca de lo que son: costos, métodos, materiales, procesos y proveedores para mejorar el valor de los productos especiales. (Jaimes, 2016).	Es muy usual usarlas en el marketing, en la gestión de inventarios, en la realización de estrategias de inversión, y en la previsión para asegurar que las organizaciones tomen decisiones financieras inteligentes. (Velásquez, 2021).	Se aplica a muchas clases de activos diferentes, incluidas acciones, renta fija (por ejemplo, bonos), productos básicos como petróleo u oro, así como derivados, swaps, futuros, forwards, opciones e instrumentos con opciones integradas. (Conexión Esan, 2018).
Herramientas fundamentales	Interés simple y compuesto, valor presente y futuro, TIR, VPN, TIO y análisis de sensibilidad. De igual manera, se utilizan planillas de cálculo estandarizadas para la valoración del flujo de caja y el análisis de riesgo e incertidumbre (Food and Agriculture Organization, 1998).	Interés simple y compuesto, valor presente y futuro, TIR, VPN, TIO y análisis de sensibilidad, tabla de amortización, el gradiente y tabla de capitalización (Ramírez et al., 2009).	Opciones, permutas, modelado financiero avanzado. También es necesaria una calculadora y acceso a información financiera en medios tecnológicos (Universidad Veracruzana, 2014).

Fuente: *De los autores basado en [(Kisbye & Levstein, 2010), (Pérez et al., 2017), (Universidad Politécnica de Cartagena, 2013), (Ramírez et al., 2009), (Corporación Universidad de la Costa, 2020), (Orientación Universia, 2020), (Velásquez, 2021), (Sidronio, 2009), (Montenegro, 2020)].*

El análisis presentado en la tabla 1, se organiza en torno a seis aspectos fundamentales: definición, origen, principales autores, enfoque principal, aplicaciones comunes y herramientas fundamentales. Lo anterior con el fin de proporcionar una visión integral de cada disciplina financiera y destacar sus características específicas.

En resumen, cada una de estas disciplinas financieras se especializa en diferentes aspectos del análisis matemático financiero y gestión financiera, utilizando herramientas y enfoques específicos para abordar problemas económicos y financieros de manera eficiente y eficaz, pero, es de subrayar que, la ingeniería económica y la matemática financieras tienen muchos aspectos en común en la práctica académica y en la vida real, en cuanto a la toma de decisiones a nivel de inversión y financiación, ya que, se enfocan en temas muy similares como la utilización del interés simple, interés compuesto, aplicaciones del interés compuesto, series uniformes, gradientes, tablas de capitalización y amortización e índices de evaluación financiera de proyectos, entre otros temas, y, como se menciona anteriormente y soportado en la experiencia durante muchos años en la utilización de esta dos disciplinas, se podría deducir y concluir que la gran diferencia es tan solo en la aplicación y la demostración de las fórmulas matemáticas. Conviene aclarar que, algunos autores sostienen que la ingeniería económica estudia y centra en la evaluación económica y la optimización de recursos, y la matemática financiera en el análisis y valoración de activos financieros mediante herramientas matemáticas, pero cabe aclarar que, ambas utilizan la misma formulación matemática, por lo tanto, se puede deducir que tiene el mismo alcance analítico. Hecha esta salvedad, es bueno aclarar que, la ingeniería financiera se enfoca en la creación y gestión de productos y estrategias financieras complejas, como de su modelación financiera y para ello necesita de las dos anteriores.

Es por esto que, las organizaciones, los individuos y obviamente las naciones toman decisiones diariamente que afectan su presente y futuro financiero, por lo que necesitan analizar técnicamente los factores económicos y no económicos, así como los factores tangibles e intangibles que afectan la inversión del capital en la toma de cualquier decisión. Estas disciplinas permiten predecir con mayor

precisión lo que sucederá en el futuro, mermando y optimizando al máximo el grado de incertidumbre, generando confianza para todos los Stakeholders involucrados en el negocio o actividad empresarial.
En resumidas cuentas, se puede concluir que, la ingeniería económica y la matemática financiera, son disciplinas muy parecidas entres si, por lo que ya anteriormente se ha demostrado, que no solo es esencial para las empresas y organizaciones, sino, que también se extiende a decisiones de índole personal, como puede ser la compra de una vivienda, la comprar de un vehículo, la apertura de un nuevo negocio, hasta la inversión en educación, entre otras.

1.2 Valor y Rentabilidad del Dinero a través del Tiempo

El valor del dinero hace referencia al poder adquisitivo que tiene una determinada unidad de moneda o cantidad de dinero en un momento específico, es decir, el valor del dinero representa cuántos bienes y servicios se pueden adquirir con una cantidad específica de dinero en un contexto económico y temporal determinado. Este valor puede cambiar con el tiempo debido a diversos factores económicos, como la inflación, la oferta y demanda de dinero y la devaluación, entre otras, comprender que el valor del dinero es importante para tomar decisiones financieras adecuadas y planificar el ahorro e inversión a largo plazo. Según Sosa (2006): “la moneda varia su valor o poder adquisitivo, bien sea perdiendo o ganando poder a medida que pasa el tiempo, por los fenómenos económicos ya conocido, como son la inflación o la deflación y la devaluación o revaluación”.

El valor del dinero es un concepto dinámico que depende de múltiples factores, incluyendo la inflación, las tasas de interés, la oferta y demanda de dinero, el rendimiento de las inversiones y las expectativas económicas. El mantenimiento del poder adquisitivo del dinero y la gestión inteligente de las finanzas personales o empresariales son fundamentales para aprovechar al máximo el valor del dinero en diferentes situaciones económicas. A continuación, se tratarán algunos conceptos relacionados con el valor del dinero:

1.2.1 Inflación

Según Alvarez et al. (2008) definen la inflación en términos de variación en los precios, es decir, el aumento general de los precios de bienes, productos y servicios en una economía. Un ejemplo de inflación es cuando, en un periodo de tiempo determinado, la cantidad de artículos que se pueden comprar con una cierta cantidad de dinero disminuye. Esto significa que, en el futuro, con la misma cantidad de dinero se podrán adquirir menos artículos (bienes y/o servicios). En otras palabras, el dinero pierde su poder adquisitivo.

1.2.2 Deflación

Lo contrario de la inflación se llama deflación, y se refiere a un descenso (disminución) general de los precios (Baca, 2005). Esto implica que, con el tiempo, el poder adquisitivo de las personas aumenta porque los precios disminuyen y los bienes y servicios cuestan menos.

1.2.3 Rentabilidad de inversiones

Es un indicador clave que mide el resultado esperado de una inversión, expresado en términos de ganancia o pérdida, ya sea en valores absolutos o en porcentajes, en relación con el costo de dicha inversión. Según García (2020), la rentabilidad de inversión "se refiere al rendimiento financiero que se obtiene de una inversión, expresado generalmente como un porcentaje del capital invertido. Este rendimiento puede provenir de diversas fuentes, como intereses, dividendos, o ganancias de capital" (p. 35).

1.2.4 Oferta y demanda de dinero

El dinero es un bien más que se puede comprar y vender, lo que implica una oferta y demanda. La demanda de dinero surge porque se considera un valor refugio. Este valor refugio permite realizar transacciones de compra y venta de bienes y servicios, con el objetivo de obtener ganancias a partir de la diferencia entre el precio de compra y el de venta del activo (Rubio, 2010).

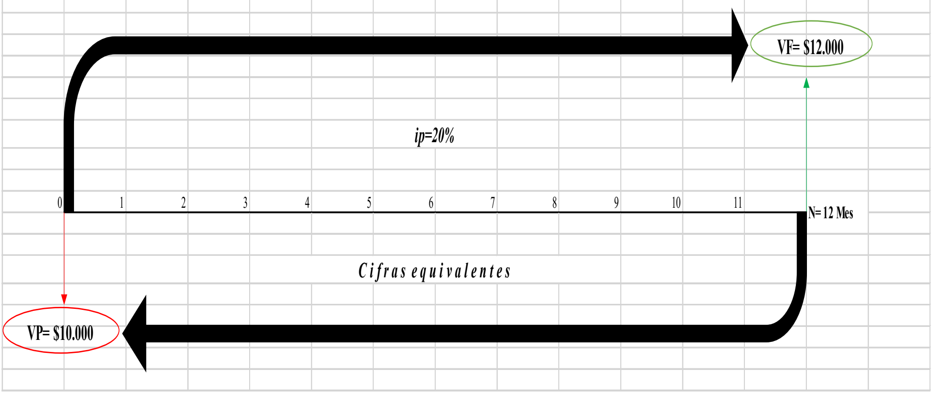
1.2.5 Devaluaciones

También es conocida como la caída del valor de la moneda y autores como García (2000) la definen como la reducción o disminución del valor de una moneda nacional frente a una moneda extranjera. En otras palabras, una moneda se devalúa cuando hay que entregar (pagar) más moneda local por una moneda internacional, es decir, la moneda local valdría menos en comparación con la moneda extranjera.

1.2.6 Cifras equivalentes

Son aquellas representaciones numéricas distintas que, en un contexto especifico, expresan la misma cantidad o valor. Como señalan los autores Ramírez y Martínez (2010), "dos cifras diferente, ubicadas en distintos puntos del tiempo, tengan el mismo efecto económico" (p.16). Estas cifras, que a primera vista parecen diferentes, al ser operadas bajo una misma tasa de interés generan un resultado diferente pero equivalente; esa equivalencia se observa al realizar el descuento correspondiente del interés arrojando la misma cifra inicial y confirmando su igualdad en términos financieros.

Figura 2
Cifras equivalentes.



Fuente: *Elaboración propia.*

En la figura 2 se demuestra la equivalencia de cifras:

Suponga que usted recibe hoy un pago en efectivo de $10.000 y en un año $12.000, ambas cantidades de dinero afectadas bajo una misma tasa de interés, aunque parecen cifras diferentes, son equivalentes desde el punto de vista financiero. Al descontarlas a una tasa de interés del 20% anual, ambas conducen al mismo monto de dinero inicial.

Para comprender mejor los términos definidos anteriormente, se puede considerar tanto su aplicación en el ámbito personal como en el empresarial:

Tabla 2
Uso personal y empresarial de conceptos clave.

Termino	Uso personal	Uso empresarial
Inflación	Afecta el poder adquisitivo de las personas, lo que significa que, con el tiempo, el dinero puede comprar menos bienes y servicios porque los precios aumentan.	Afecta los costos de producción, los precios de venta y las decisiones de inversión. Las empresas deben ajustar sus estrategias para adaptarse a los cambios en el entorno.
Deflación	Aumenta el poder adquisitivo de los consumidores, es decir, se pueden adquirir más productos con una misma cantidad de dinero y ganando un mismo salario.	Afecta la rentabilidad de las organizaciones lo que podría generar ajustes en las estrategias comerciales y de precios.
Rentabilidad de inversiones	Es crucial para alcanzar objetivos financieros a largo plazo. Ejemplo, jubilación o la educación de los hijos.	Las organizaciones evalúan la rentabilidad de proyectos de inversión y decisiones estratégicas para maximizar el retorno sobre la inversión y generar valor a sus accionistas.
Oferta y demanda de dinero	Afectan las tasas de interés y el poder adquisitivo de los consumidores.	Las empresas están influenciadas por la oferta y la demanda de dinero en el entorno económico.
Devaluaciones	Genera un impacto en el poder adquisitivo de los individuos. Ejemplo, tipo de cambio al comprar bienes importados o viajar al extranjero.	Afecta la competitividad de las empresas en los mercados internacionales al influir en los precios de los productos y servicios exportados e importados.
Cifras Equivalentes	Al comparar diferentes opciones de compra con diferentes precios unitarios, las cifras equivalentes me permiten evaluar cual compra es más rentable al demostrar cuánto cuesta realmente cada opción, siendo equivalentes, más no igual.	Al evaluar dos proyectos con diferentes montos de inversión y retornos esperados, las cifras equivalentes permiten elegir la opción que ofrece mayor rendimiento.

Fuente: *Elaboración propia.*

1.3 ¿Por Qué Debemos Saber Sobre Ingeniería Económica?

En el mundo actual de los negocios y, con el exceso de abundancia de información que se obtiene de cualquier tema vía internet y obviamente sin desconocer la facilita que brinda la inteligencia artificial hoy en día, conocer sobre Ingeniería Económica es crucial e importante, ya que, esta brinda las herramientas y habilidades esenciales para la toma de decisiones financieras en una amplia gama de situaciones que se presentan, ya sea, a nivel personal o empresarial y, en relación con las decisiones de inversión, financiación, operatividad y reparto de utilidades, ayudando a maximizar los beneficios y minimizar las perdidas. Es de resaltar que, proporciona un marco analítico y cuantitativo el cual es esencial en un entorno económico complejo y dinámico en cualquier disciplina del conocimiento, en especial a los estudiosos de las carreras profesionales en economía y finanzas, ayudándoles a disminuir el grado de incertidumbre en diferentes aspectos, se expresan las razones del por qué debemos conocer sobre Ingeniería Económica tales como:

- En la evaluación financiera de proyectos para tomar decisiones más informadas sobre esas inversiones utilizando las técnicas o índices como el Valor Presente Neto o Valor Actual Neto (VPN o VAN), la Tasa Interna de Retorno (TIR), la Tasa de Interés de Oportunidad (TIO), El Costo Anual Uniforme Equivalente o Promedio Financiero (C.A.U.E.), entre otras, buscando seleccionar la opción más viable, realizable y rentable.
- Calcular el costo real de las fuentes de financiación para un emprendimiento, mediante la técnica del Costo Capital Promedio Ponderado (C.C.P.P.), conocido también como WACC en inglés, ya sea, mediante al estructura financiera o estructura de capital. Conviene precisar que, la estructura financiera es todo el lado derecho del estado de situación financiera o balance general, es decir, pasivo corriente o corto plazo, pasivo largo plazo y patrimonio y, la estructura de capital, son tan solo las fuentes de financiación de largo plazo, o sea, los pasivos largo plazo y el patrimonio. Como también es bueno aclarar que, el docente producto de su experiencia denomina o bautiza este concepto

como la TIR empresarial (valor agregado de los investigadores del libro).

- En situaciones donde los recursos son limitados o existe la restricción de capital, la Ingeniería Económica o matemática financiara suministran herramientas que ayudan a optimizar la asignación de recursos, ya sea, en proyectos empresariales, personales o en la gestión de inversiones y fuentes de financiación.
- En la gestión empresarial nos ayuda a determinar el flujo de caja necesario para su operatividad, como también, determinar estudios más específicos en la compra de activos.
- En el ámbito personal, la Ingeniería Económica es útil para tomar decisiones financieras informadas, evaluando los diferentes costos y beneficios que se podrían adquirir, como la compra de una casa, la planificación de la jubilación, la gestión de deudas y la evaluación de inversiones.
- Para los gerentes y líderes empresariales, la Ingeniería Económica es esencial para tomar decisiones estratégicas relacionadas con la inversión en nuevos proyectos, la expansión de operaciones y la gestión de recursos financieros, es decir, tomar decisiones estratégicas que maximicen las utilidades y contribuyan así al desarrollo de la empresa.
- Permite realizar análisis detallados de costos y beneficios, considerando factores temporales y la tasa de interés. Esto es crucial para entender el impacto financiero a lo largo del tiempo.
- Proporciona una clara comprensión del concepto de valor del dinero en el tiempo, que es esencial para evaluar el impacto de la inflación, las tasas de interés y otros factores en el valor de los flujos de efectivo.
- La ingeniería económica incluye herramientas para evaluar y gestionar riesgos financieros. Permite analizar cómo la incertidumbre puede afectar los resultados financieros y tomar decisiones que minimicen el riesgo.
- Facilitar la planificación financiera a largo plazo, permitiendo anticipar y gestionar mejor los flujos de efectivo futuros, las inversiones y los compromisos financieros.
- Para profesionales en áreas como la ingeniería financiera, la economía, la ingeniería industrial, la contaduría pública y las finanzas, tener conocimientos en matemáticas financieras

puede mejorar la competitividad en el mercado laboral y abrir oportunidades de contracción mucho más estables y mejores remuneradas.

1.4 Conceptos Básicos a Utilizar Necesarios para Comprender la Ingeniería Económica

Son todos aquellos conceptos, nomenclatura o variables que se involucran en los procesos que aplican a modelos matemáticos con el propósito de ejercer un buen manejo y entendimiento sobre el dinero a través del tiempo (Vargas, 2023). En ingeniería económica, matemáticas financieras o ingeniería financiera, se utilizan variables o notaciones (conceptos) que son fundamentales para realizar un análisis económico y financiero y que proporcionan una base sólida para tomar decisiones financieras informadas. De este modo, un estudiante de estas disciplinas como mínimo debe conocer los siguientes conceptos o variables:

1.4.1 Capital o Valor Presente (VP o P)

Técnicamente se puede definir como la cantidad de dinero que se tiene para iniciar un emprendimiento o ejercicio financiero a peso de hoy o también llamado monto inicial para invertir en el periodo cero o ya. Cabe agregar que, para mayor compresión existen los siguientes sinónimos: Monto Principal (MP), Capital Inicial (CI), entre otras.

1.4.2 Monto o Valor Futuro (VF o F)

Es el resultado de la sumatoria del capital más los intereses generados a treves del tiempo, es decir, el valor acumulado o incrementado por efecto del interés, producto de la multiplicación básica del porcentaje por el capital.

1.4.3 Interés (I)

Es la cantidad de dinero que se cobra por el uso del dinero (Ramírez y Martínez, 2010). Los autores para mayor facilidad y practicidad de entendimiento decidieron expresarlo y dividirlo en:

- **Interés Periódico o Parcial.**

Expresado por la nomenclatura (IP), es el que se recibe o paga en un periodo de tiempo específico, ya sea, diario, semanal, quincenal, mensual, bimestral, trimestral, cuatrimestral y semestral.

- **Interés Acumulado o Total.**

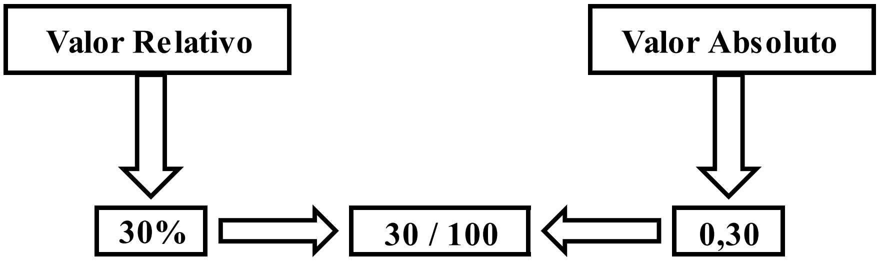
También denominado interés total, expresado por la nomenclatura (IA o IT), y hace referencia al monto total de los intereses acumulados en un periodo de tiempo determinado, normalmente en el año.

1.4.4 Tasa de interés (Ip o ip)

Porcentaje que se paga por la utilización de un capital a través del tiempo, generando los llamados intereses. Según Ramírez y Martínez (2010), "El porcentaje es la forma de expresar la tasa de interés cobrada en una operación financiera. Esta forma también es denominada valor porcentual o relativo" (p.21).

Figura 3

Representación del valor relativo absoluto de la tasa de interés.



Fuente: *Ramírez y Martínez (2010).*

1.4.5 El Tiempo o los periodos (n)

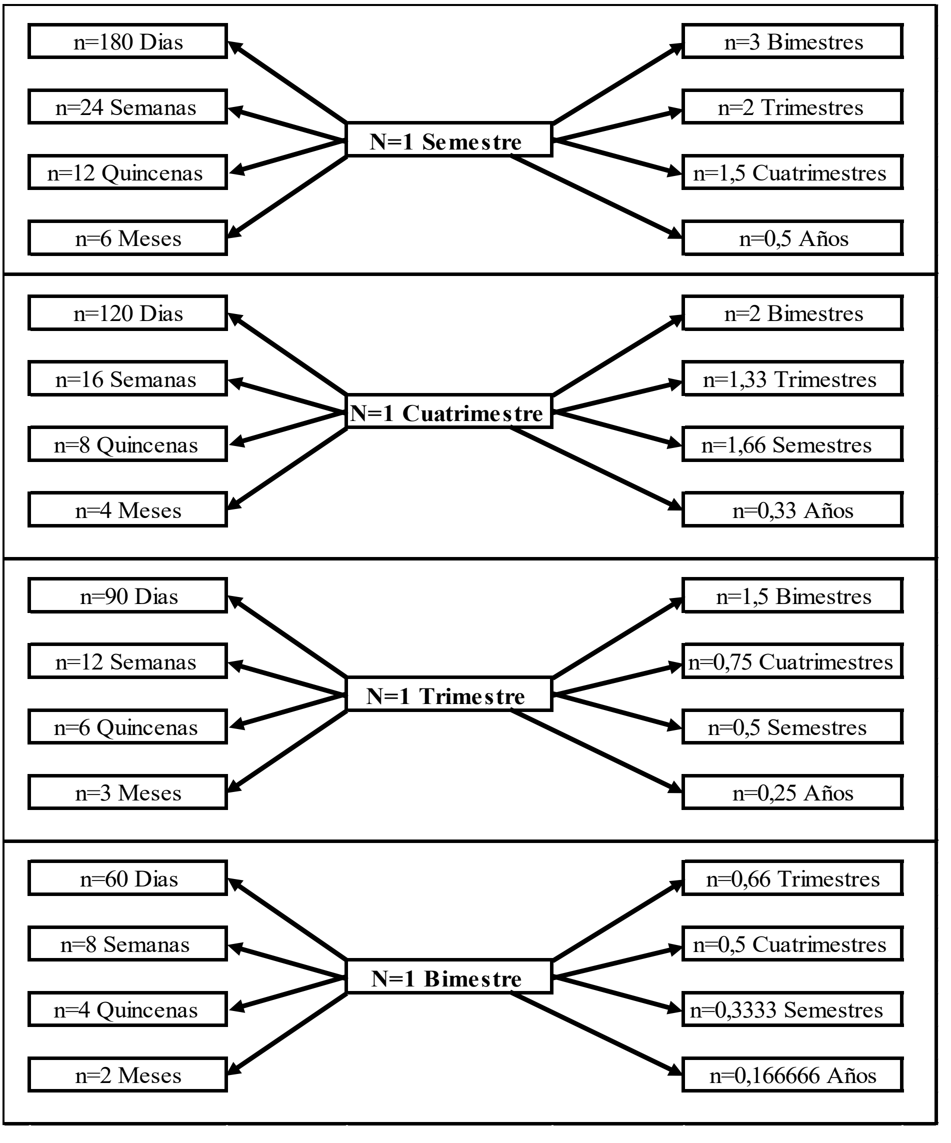
Es el lapso o plazo durante el cual se usa o se invierte el capital a una tasa de interés preestablecida para generar un interés, ganancia, utilidad o renta. Se puede expresar en *días, semanas, quincenas, meses, bimestres, trimestres, cuatrimestres, semestres y años,* es decir que, se puede entender como tiempo o periodo, el número de veces que se repite las unidades anteriormente mencionadas en una operación o negociación, ejemplo:

Si Karol Daniela realiza una operación financiera o negociación bancaria, la apertura de un CDT, el día primero de enero hasta el día 31 de diciembre, se podría expresar el tiempo o periodos transcurrido de las siguientes maneras.

En unidad de:	Años	(n) = 1
	Semestres	(n) = 2
	Cuatrimestres	(n) = 3
	Trimestres	(n) = 4
	Bimestres	(n) = 6
	Meses	(n) = 12
	Quincena	(n) = 24
	Semanas	(n) = 48
	Días	(n) = 360

Se puede deducir e inferir del ejerció anterior que, Karol puede expresar el número de periodos de diferentes formas dependiendo de cómo haya pactado su negociación su porcentaje y flujo de caja. En virtud de lo cual, es recomendable que el lector siempre conozca la cantidad de periodos contenidos en otras unidades, lo que normalmente se conocen como equivalencias de tiempos:

Figura 4
Equivalencias de tiempos.



Fuente: *Elaboración propia.*

1.4.6 Línea de tiempo (N).

Es la duración cronológica de un ejercicio financiero, proyecto, emprendimiento o negocio, siendo el punto de partida para la elaboración del flujo de caja, y técnicamente se podría representar de la siguiente manera:

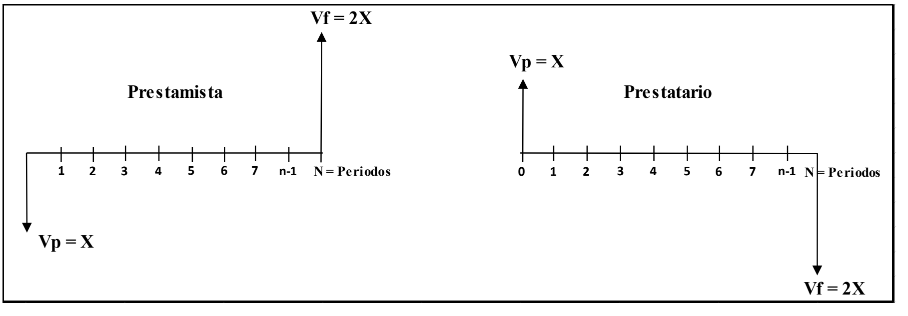
1.4.7 Grafica o diagrama del Flujo de caja

Es la representación gráfica de las entradas y salidas del dinero (Ingresos y egresos) en un ejercicio financiero, proyecto, negocio o emprendimiento, en otras palabras, es necesario visualizar movimientos de efectivos o de capital ya sea, cuando se recibe o cuando paga, en las diferentes frecuencias de tiempos o periodos pactados, en virtud de ello, y, se podría inferir, que es donde nace el término del valor del dinero a través del tiempo (VDT), obviamente teniendo en cuenta como mínimo la tasa de inflación. Dicho de otro modo, y para mayor claridad, se puede aseverar que la diagramación o grafica del flujo de caja elaborada correctamente permitirá al estudiante o interesados en estos temas, plantear la posible formulación matemática, encontrando y garantizando la posible solución al problema o caso planteado. De acuerdo con Ruiz (1985) “El diagrama consiste en una línea de tiempo horizontal dividida en secciones iguales que representan los periodos entre los cuales se aplica la tasa de interés” (p.34).

Es bueno aclarar que, para cualquier tipo de negociación, llamase como se llame, siempre van a estar presente dos autores, el que presta el capital llamado prestamista y quien pide prestado el capital, llamado deudor o prestatario, es decir, lo que contablemente se denomina la operación dentro de los activos, entrada de efectivo a caja, y, la operación dentro de los pasivos, o sea, una cuenta por pagar, es bueno aclarar que, y gracias a Luca Pacioli, conocido como el padre de la contabilidad, quien da origen al principio de la partida doble, que reza y recalca que la sumatoria de todos los activos deben de ser iguales a la sumatoria de todos los pasivos incluyendo el patrimonio, para continuar, en atención a lo cual, se deduce que son la únicas fuentes de financiación existentes en Colombia para la creación de emprendimientos y, que por lógica tiene un costo financiero cuantificable. Es por esto que, dicho principio hoy en día se sigue aplicando y utilizando por todos los estudiosos de la economía y fianzas, por lo tanto, y, debido a todo lo anterior, es bueno saber a quién se le hace la ecuación o grafica del flujo de caja. Por ende, en la gráfica siguiente el estudiante o lector encontrará de una manera muy ilustrada y de fácil entendimiento los flujos de caja y que ahora en adelante se denotará como FC de los dos actores que intervienen en cualquier negocio u operación financiera.

Figura 5

Flujo de caja de los dos actores.



Nota. Se grafica los dos escenarios (prestamista y prestatario) que intervienen en una operación financiera. ***Fuente:*** *Elaboración propia.*

Lo mencionado hasta ahora destaca el objetivo del primer capítulo del libro: demostrar que los fundamentos de la matemática financiera y la ingeniería económica no son meramente teóricos, sino que también se aplican en la práctica, ya que estas disciplinas son cruciales para la toma de decisiones instruidas tanto a nivel personal como empresarial. De ahí la importancia de que los lectores adquieran una visión integral de cómo las matemáticas no solo permiten entender el valor del dinero a través del tiempo, sino también cómo aplicar estos conceptos financieros para optimizar los propios recursos, tener un buen ahorro personal y, maximizar las inversiones y ganancias en las empresas.

En síntesis, se recuerda que la ingeniería económica aplica las herramientas cuantitativas precisas mediante la formulación matemática y, la matemática financiera demuestra y aplica con la misma formulación, lo cual es vital en un entorno actual competitivo y altamente holístico. Al dominar estas dos disciplinas, los estudiantes podrán entender con facilidad la ingeniería financiera, ya que, es la que integra la aplicación y demostración, para así poder formular, estimar, evaluar y modelar los resultados económicos de manera más precisa, proporcionando a nivel personal y/o empresariales alternativas para tomar decisiones estratégicas sólidas y, optimizando el grado de incertidumbre.

Del mismo modo, se ha destacado la importancia de tener una base sólida en matemáticas básicas, ya que estas son la columna vertebral de estas disciplinas. La capacidad de sumar, restar, multiplicar y dividir, despejar variables, entender cualquier fórmula matemática y utilizar las herramientas financieras, son habilidades fundamentales que le permiten a un estudiante enfrentar con éxito algunos de los muchos desafíos que trae consigo estudiar una carrera universitaria.

CLASES DE INTERÉS EN COLOMBIA

2. CLASES DE INTERÉS EN COLOMBIA

Para comenzar, se podría decir que a través de la historia económica financiera en Colombia se han observado tres clases de interés, como lo son: el **i**nterés simple, el interés compuesto y el interés continuo, este último nunca ha tenido cabida en nuestra economía, ya que, opera en economías con hiperinflación, donde el valor del dinero pierde poder adquisitivo de manera acelerada y peligrosa o se podría decir también que, es aquel que capitaliza de manera acelerada y constante los intereses sin un horario especifico; cabe aclarar que, en nuestro país el interés que opera es el compuesto y que obviamente está reconocido y regulado por la super intendencia financiera de Colombia (SFC), por ende, es el que interviene en todas las operaciones de la estructura y sistema financiero colombiano; en virtud a ello, es bueno precisar que, el interés compuesto es aquel proceso mediante el cual los intereses se le adicionan al capital en función del tiempo, dando origen a un nuevo capital, repitiéndose el proceso **n** veces. Por otro lado, como afirma Cano (2013):

Se llama interés compuesto aquel que al final del periodo capitaliza los intereses devengados en el periodo inmediatamente anterior, esto equivale a decir que los intereses obtenidos en un periodo, ganan intereses en el periodo siguiente y por esta razón se habla de intereses sobre intereses, lo que financieramente se llama capitalización. (p.110)

Como siguiente punto, cabe aclarar que el interés simple es utilizado por los agentes que están al margen de lo legal y que normalmente es manejado por el sistema informal o más llamados prestamista informales o sistemas gota a gota o agiotista. En consecuencia, y para mayor entendimiento se dice que el interés simple, también conocido como no capitalizado, es aquel que no reinvierte los intereses en los siguientes periodos de tiempo, pero, al ser utilizado por el sistema informal, las tasas de interés son bastante elevadas y aproximadamente oscilan entre un 5% y 20% mensual. Asimismo, Agudelo (2008) ratifico que:

Definimos el interés simple la forma de calcular el interés en el cual el capital de la inversión o crédito no se incrementa en los intereses causados periódicamente. De esta forma, en el interés simple los intereses se calculan periódicamente sobre la misma base de capital, claro está, siempre que no hagan adiciones o retiros a éste. (p.21)

Para concluir este aparte, se va a denotar el significado del interés continuo,

2.1. El Interés Simple o No Capitalizado

En Colombia a pesar de la regulación bancaria por parte del gobierno nacional y la superintendencia financiera de Colombia al sistema financiero colombiano, existe un gran porcentaje de usuarios que utilizan el sistema informal o bien llamado usureros, agiotista y presta diario, y según investigación de Avilés (2017), develaron que:

En total, tanto en el mercado crediticio formal como informal existen en la actualidad 426 créditos; 199 en créditos con entidades bancarias o cooperativas y 227 con prestamistas, agiotistas o gota a gota, teniendo en cuenta que existen comerciantes que poseen más de un solo crédito. (p.80).

Es decir que, para esa época y en términos porcentuales aproximados en un 53% utilizaba el sistema informal o prestamistas, demostrándose una vez más la gran acogida de este sistema, sin importar las consecuencias tanto económicas como sociales. Para continuar, es importante reseñar que, el interés simple es un interés que no hace reinversión de los mismos y que se centra en unas características básicas, como son:

- El capital inicial nunca cambia, es el mismo durante toda la negociación.
- La tasa de interés siempre se aplica sobre el mismo capital inicial.
- Como resultado matemático el interés siempre va hacer el mismo o constante durante toda la operación o ejercicio financiero.
- Los intereses se pueden retirar una vez causados.

2.1.1. Definición de Variables

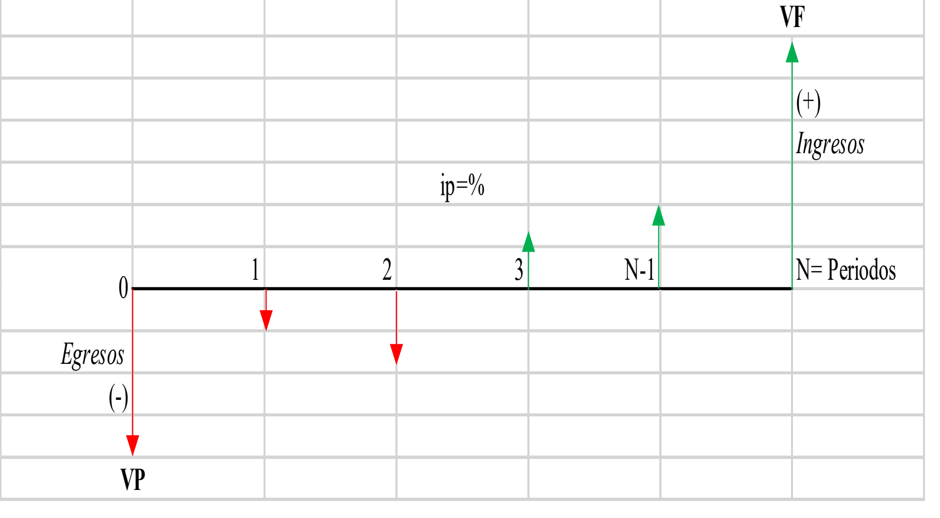
Según revisión bibliográfica de diversos autores y producto de la experiencia como docente, la utilización o denotación de variables es la misma tanto en las matemáticas financieras y la ingeniería económica, la cual se detallará a continuación:

2.1.1.1. Flujo de Caja.

Posibles sinónimos utilizados en matemáticas financieras: flujo de efectivo, flujo de fondos, ecuación de valor y diagrama económico. Luego, se entiende como la representación gráfica de los ingresos y egresos de un ejercicio financiero. Conviene precisar que, en la línea de tiempo los ingresos se demarcan hacia arriba y los egresos hacia abajo.

Figura 6

Grafica flujo de caja.



Fuente: *Elaboración propia.*

En la figura 6, se puede observar una representación visual simplificada pero efectiva de un flujo de caja personal o empresarial de un proyecto, negocio o inversión a lo largo del tiempo. La variable **N** representa la línea de tiempo en periodos (meses y/o años, etc.), y cada punto en **N** indica una unidad de tiempo específica. Al inicio de la gráfica (tiempo 0), hacía abajo, se ubica el valor presente (VP) porque corresponde a una inversión inicial (Io) en el periodo cero, o sea, una salida de dinero o efectivo. A lo largo de la gráfica se pueden visualizar flechas hacia abajo y hacia arriba. Las flechas hacia abajo corresponden a los egresos, es decir, las salidas de dinero, mientras que las flechas hacia arriba representan los ingresos, es decir, las entradas de dinero. Finalmente, se ubica el valor futuro (VF), que representa el valor monetario total de todos los flujos de caja al final del ejercicio financiero, incluidos los intereses acumulados o totales.

2.1.1.2. Línea de tiempo (N).

Duración cronológica de un ejercicio financiero o proyecto, es decir, tiempo estipulado o pactado para cobrar o pagar los intereses acordados.

2.1.1.3. Valor Presente.

Para efectos matemáticos, esta variable la denotaremos por las iniciales VP o P, y, significa la cantidad de dinero o capital para invertir a pesos de hoy en un ejercicio financiero personal o proyecto empresarial, buscando cierta rentabilidad y, en lo posible positiva a través del tiempo.

Para recordar:

Generalmente, para despejar una variable, se aplica la operación inversa a la que se está realizando. Por ejemplo, si una variable está siendo sumada, pasa al lado contrario a restar, si está multiplicando, pasa a dividir y así sucesivamente.

2.1.1.4. Tasa de Interés.

Porcentaje establecido que se paga por la utilización de un capital, en un periodo de tiempo establecido; su denotación será (ip). La tasa de interés se puede pactar diaria, semanal, quincenal, mensual, bimestral, trimestral, cuatrimestral, semestral o anual. Ejemplo: ip = 10% Mensual, o ip = 120% anual.

2.1.1.5. Interés.

Monto que se paga por la utilización de un capital a través del tiempo, que para mayor ilustración se podrá hablar de un interés parcial, que lo denotaremos por (IP) y, un interés acumulado o total, que lo denotaremos por (IA o IT), es resaltar que, siempre estará expresado en pesos y que será el resultado de una operación matemática básica y lógica, dando como resultado la primera formula del interés simple:

$$IP = VP \times Ip$$

Donde:

IP = Interés parcial.
VP= Valor presente.
Ip=   Tasa de interés.

$$IT\ o\ IA = VP \times Ip \times N$$

Donde:

IT o IA = Intereses totales o acumulados.
N = Tiempo.

Llegados a este punto, es fundamental recordar que con las propiedades básicas de la matemática se pueden deducir más fórmulas mediante el proceso de despeje de términos o variables, es decir, se puede determinar las fórmulas para el valor presente (VP), la tasa de interés (ip) y el tiempo (N).

Descomponiendo la formula:

Fórmula original: $IT\ o\ IA = VP \times ip \times N$

La descomposición de la formula se hace con el objetivo de despejar cada variable de la formula original para obtener fórmulas independientes.

- Despejando cada variable:
  - VP:

Para despejar la variable VP, debemos trasladar las variables ip y N que la acompañan. Como ip y N están multiplicando a VP, realizamos la operación inversa, que es la división. Por lo tanto, dividimos ambos lados de la ecuación entre el producto de ip y N, obteniendo:

$$VP = \frac{IT \text{ o } IA}{ip \times N}$$

Para despejar cada una de las variables restantes, se siguen los mismos principios utilizados anteriormente; obteniendo las siguientes formulas:

- Ip:

$$ip = \frac{IT \text{ o } IA}{VP \times N}$$

- N:

$$N = \frac{IT \text{ o } IA}{VP \times Ip}$$

Con el anterior despeje de variables se ha demostrado que cualquier persona (estudiante y empresario) con sus conocimientos básicos matemático puede obtener las fórmulas para calcular variables como el valor presente, la tasa de interés y el número de períodos a partir de la ecuación de interés simple proporcionada anteriormente.

2.1.1.6. Valor Futuro.

Esta variable la denotaremos por las iniciales VF o F, y, significa la cantidad de dinero que se espera recibir al final de la negociación o el monto total que tendrá la inversión al final del período. En virtud de lo cual, y utilizando la lógica matemática, aparece una nueva fórmula, que no es más si no el resultado de sumarle al capital inicial o VP, los intereses totales o acumulados (IT o IA), es decir:

$$VF = VP + IT$$

Donde:

VF = Valor futuro.

Se demuestra nuevamente que, utilizando las propiedades matemáticas básicas se puede definir y establecer la formula general del interés simple.

Tomamos la formula básica para hallar el VF y la remplazamos por el valor que se le dio al interés total:

$$VF = VP + IT$$

Se reemplaza la variable IT de la formula básica del valor futuro, quedando así:

$$VF = VP + VP \times ip \times N$$

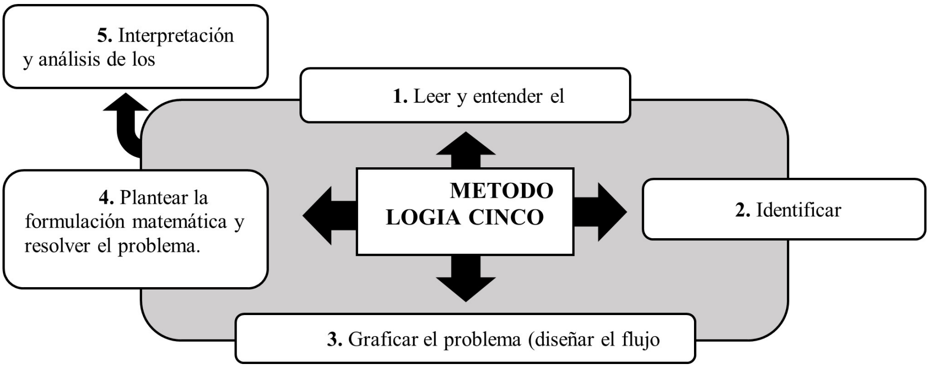
Luego se aplica factor común o factorización, dando como resultado la formula general para hallar el valor futuro:

$$VF = VP(1 + Ip \times N)$$

2.1.2. Metodología para la Solución de Problemas Financieros

Para lograr una solución efectiva de cualquier problema financiero y siguiendo los lineamientos establecidos en el libro *"matemáticas financieras con ecuaciones de diferencia finita"* se propone una metodología ajustada de cinco etapas.

Figura 7
Metodología para la solución de problemas financieros.



Fuente: *Elaboración propia adaptada de García (2000).*

García (2000) propone un modelo que consta de cuatro etapas interrelacionadas: entender el problema, plantear el problema, resolver el problema e interpretar resultados. Si bien estos cuatro pasos constituyen un marco sólido, la experiencia docente en el aula la ha adaptado y modificado para lograr una metodología más completa y eficiente, siendo acorde a las necesidades de los estudiantes. El autor principal y docente de este libro escrito, la reajusta y elabora la metodología para la solución de problemas financieros en la figura 7.

Esta metodología toma cimientos de los cuatro pasos anteriormente mencionados y establece que: todo ejercicio financiero debe ser leído y entendido inicialmente para poder comprender por medio de la lectura detallada el problema financiero o situación problema planteado. Seguido a esto, al haber entendido y leído el problema, se propone identificar las variables que se encuentran, cuantificándolas en lo posible. Así mismo, se considera fundamental que los estudiantes representen gráficamente el problema para obtener una comprensión más completa de la situación. Teniendo claro todo lo anterior, es importante plantear y resolver la formulación matemática para finalmente, interpretar y analizar los resultados arrojados en el ejercicio o situación financiera del problema resuelto.

Para tener en cuenta:

Al realizar cálculos matemáticos, es recomendable convertir los valores que se encuentran en porcentajes a números decimales.
Ejemplo:

2% → 0.02

Pensemos ahora si un estudiante verdaderamente aplica esas cinco etapas expuestas. Al ser aplicadas correctamente, consideramos que cualquier estudiante que se enfrente a la solución de cualquier ejercicio financiero sencillo tarda un tiempo total estimado en específico. De ese tiempo total, se ha determinado a priori que, en promedio, la persona utiliza su 30% para leer y entender el problema, un 10% para identificar y cuantificar las variables sustrayéndolas del ejercicio financiero, otro 10% a la representación gráfica de la situación, el 35% a la formulación matemática y resolución de ecuaciones, y el 15% restante al análisis e interpretación de los resultados encontrados en su solución.

A continuación, se realiza un ejemplo práctico aplicando la metodología, los conceptos y las variables anteriormente mencionadas:

2.1.3. Ejemplos Prácticos

Ejemplo práctico 1 para hallar las variables VF, IP, IT o IA:

La señorita KDLA, presenta en su flujo de efectivo un excedente de liquidez por valor de $10.000.000 moneda común y corriente, el cual lo invierte en una institución financiera que le ofrece una tasa de interés del 12% anual de interés simple, durante tres años. ¿La señorita KDLA, quiere saber cuál es el valor futuro a reclamar? ¿Cuánto gano por intereses parciales y acumulados?

Respuesta: La señorita KDLA tendrá un valor futuro a reclamar de $13.600.000, es decir, ha ganado un total de $3.600.000 en intereses acumulados en todad la negociacion e intereses parciales de $1.200.000.

Solución:
Aplicando la metodología cinco a un ejemplo práctico

Paso 1: Leer y entender el problema.
Al leer el ejemplo práctico se puede entender que la señorita KDLA tiene un excedente de dinero que desea invertir para obtener ganancias. Ella desea conocer el monto total que tendrá al final de su inversión, considerando los intereses generados. Para ello, se debe hallar el valor futuro y el valor que gano por sus intereses (parciales y acumulativos). Cabe aclarar que, basado en la experiencia docente (más de 20 años), que es el punto más importante de la metodología cinco, y que demanda aproximadamente un 30% del 100%, es por esto que, se le recomienda al estudiante tener buenas bases en cuanto a compresión y lectura critica de texto.

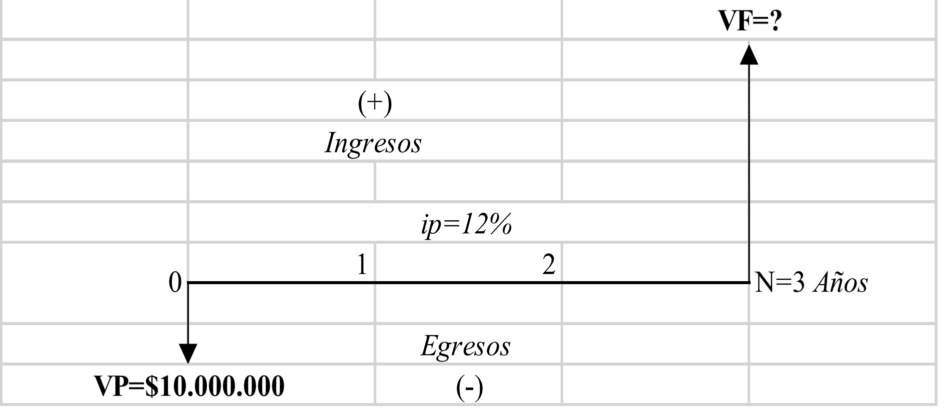
Paso 2: Identificar variables.
En consecuencia, al primer paso y para identificar o determinar las variables inmersas en el problema se puede deducir que aproximadamente se utiliza un 10% del tiempo para la resolución del ejercicio. Conviene aclarar que, este paso es fundamental para la utilización de la formula requerida, o sea, para la formulación y solución matemática al problema (paso número cuatro de la metodología para la metodología para la solución de problemas financieros). Así pues, las variables para este ejercicio son:

- Capital inicial o valor presente (VP): $10.000.000
- Tasa de interés anual (Ip): 12%
- Tiempo (N): 3 años.
- Interés parcial (IP): ?
- Interés acumulado: ?
- Valor futuro (VF): ?

Paso 3: Graficar el problema.
En este aparte, es clave entender el concepto de flujo de caja y la forma unificada de representar o graficar tanto los ingresos y los egresos, donde se recomienda que, los ingresos se representen en la línea de tiempo hacia arriba y los egresos hacia abajo, y, aproximadamente se puede utilizar un 10%.

Figura 8

Grafica ejemplo práctico 1.



Fuente: *Elaboración propia.*

Paso 4: Formulación matemática.

Ya en este punto, el cual se considera el más importante y soportados en el paso número dos, el estudiante determina la fórmula que le da la solución al problema, determinándose un tiempo aproximado del 35%, recomendando resolver variable por variable, en cuanto a las preguntas problemas. Entonces:

Se deben hallar los intereses parciales que pide la señorita KDLA y luego los totales o acumulados y por último la variable VF:

- Formula interés parcial

$$IP = VP \times Ip$$

Se reemplazan los valores y quedaría:

$$IP = 10.000.000 \times 0.12$$

$$IP = 1.200.000$$

- Formula interés acumulativo o total

$$IT\ o\ IA = VP \times Ip \times N$$

Se reemplazan los valores y quedaría:

$$IT\ o\ IA = 10.000.000 \times 0.12 \times 3$$

$$IT\ o\ IA = 3.600.000$$

- Formula valor futuro

Existen dos fórmulas para hallar el valor futuro, ambas, arrojando el mismo resultado, por lo que se puede corroborar que la solución de la formulación matemática ha quedado correcta, el lector o estudiante se preguntara, ¿cuál de las dos debo utilizar? Eso depende del paso número dos, que determina las variables identificadas y las preguntas problemas.

Formula sumando el capital inicial y los intereses totales o acumulados:

$$VF = VP + IT$$

$$VF = 10.000.000 + 3.600.000$$

$$VF = 13.600.000$$

Formula general para hallar el valor futuro:

$$VF = VP(1 + Ip \times N)$$

$$VF = 10.000.000(1 + 0.12 \times 3)$$

$$VF = 10.000.000(1.36)$$

$$VF = 13.600.000$$

Paso 5: Interpretación de resultados.
Es bueno aclarar que, en este último paso es donde se contestan las preguntas problemas y aproximadamente el estudiante utiliza un 15%, y para el ejemplo en mención quedaría de la siguiente forma: La señorita KDLA obtendrá un rendimiento total de $13.600.000 al finalizar el tercer año de su inversión. Este monto se compone de su capital inicial más los intereses devengados, los cuales ascienden a la suma de $3.600.000 de intereses acumulados y $1.200.000 de intereses parciales, teniendo en cuenta una tasa de interés del 12% anual.

Ejemplo práctico 2 para hallar la variable VP:

Un estudiante universitario quiere determinar cuánto debe depositar en una entidad financiera que le ofrece una tasa de interés del 32% anual bajo el sistema simple, para disponer de $20.000.000 al finalizar su carrera. Teniendo en cuenta que le faltan nueve bimestres para graduarse, ¿cuál es el valor que debe consignar?

Respuesta: El estudiante universitario debe depositar un monto inicial o valor presente (VP) de $13.513.513 en dicha entidad financiera.

Solución:
Aplicando la metodología cinco a un ejemplo práctico

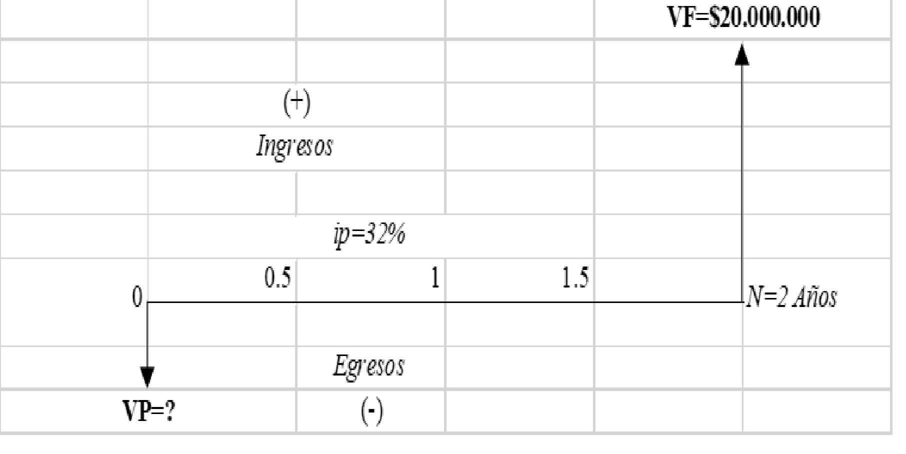
Paso 1: Leer y entender el problema.
Como se ha mencionado hasta este punto, es fundamental e importante que los estudiantes lean de manera detallada y atenta el ejecicio matematico para su correcta comprensión y desarrollo exitoso. Para este caso, se entiende que, el estudiante universitario del ejercicio necesita saber cuánto dinero debe ahorrar para tener un monto específico al finalizar su carrera. El ahorro se realizará en una entidad financiera y el estudiante desea conocer el valor presente (VP) que debe depositar.

Paso 2: Identificar variables.
Para identificar correctamente las variables que ayudan al lector a resolver el ejercicio matemático, es fundamental haber realizado una lectura adecuada en el paso 1. Esto asegura que el estudiante pueda reconocer las variables explícitas en el enunciado del ejercicio.

- Valor presente (VP): ?
- Tasa de interes anual (ip): 32% anual de interes simple (expresado como decimales: 0.32 porque es recomendable trabajar las operaciones matematicas en un mismo termino).
- Valor futuro (VF): $20.000.000
- Tiempo (N): 9 bimestres.

Paso 3: Graficar el problema.
Es importante recordarle al lector que, para graficar cualquier ejercicio matemático o problema financiero, es necesario considerar las variables previamente identificadas, ajustarlas a un mismo periodo de tiempo (horizonte) y asegurarse de que todas estén en la misma unidad de medida. Además, es fundamental seleccionar una escala adecuada para el gráfico y etiquetar correctamente los ejes, de manera que la representación visual sea clara y precisa.

Figura 9
Grafica ejemplo práctico 2.



Fuente: *Elaboración propia.*

Paso 4: Formulación matemática.
Para este ejercicio, se debe aclarar la unidad de tiempo con la que se piensa trabajar. En este caso, es fácil convertir los dos semestres en año, utilizando una regla de tres simple, por tanto, el tiempo total en años es:

$$1 \text{ año} \rightarrow 6 \ bimestres$$
$$x \rightarrow 9 \ bimestres$$

Entonces,

$$1 \times 9 \rightarrow 6 \times x$$
$$\frac{9}{6} \rightarrow x$$
$$1.5 \rightarrow x$$

Lo anterior demuestra que cualquier valor, en este caso el tiempo, puede ser convertido a una unidad común. Por ejemplo, utilizando una regla de tres simple, es posible determinar que dos semestres equivalen a 1.5 años. Este tipo de conversiones es clave en la formulación matemática porque al trabajar una misma unidad de tiempo se pueden obtener resultados precisos. Así pues, para calcular la variable que se necesita, se deben analizar las variables con las que se cuentan para poder seleccionar la formula correcta. Entonces, para este ejercicio se le sugiere al estudiante utilizar:

Para recordar:

Cuando se trabaja cualquier ejercicio financiero, es importante tener presente que las unidades de medida sean iguales. Esto incluye las unidades de tiempo:

- Si la tasa de interés está expresada en términos anuales, el tiempo debe estar expresado en años.
- Si la tasa de interés está expresada en términos mensuales, el tiempo debe estar expresado en meses.
- Y así sucesivamente...

- Formula valor presente

$$VP = \frac{VF}{1 + Ip \times N}$$

Se reemplaza y resuelve:

$$VP = \frac{20.000.000}{1 + 0.32 \times 1.5}$$

$$VP = \frac{20.000.000}{1.48}$$

$$VP = 13.513.513$$

Paso 5: Interpretación de resultados.
Para lograr un monto futuro de $20.000.000 dentro de 1.5 años, el estudiante debe realizar un depósito inicial de $13.513.513. Con lo anterior se constata que la correcta interpretación de los resultados le permite al estudiante adquirir capacidad para tomar decisiones informadas en situaciones reales.

Ejemplo práctico 3 para hallar la variable tiempo (N):

El dueño de una empresa de automóviles ha decidido invertir sus ganancias, que suman un total de $45.000.000, con el objetivo de poder retirar $75.500.000 para la compra de una propiedad en Valparaíso, Caquetá. La cooperativa le ofrece una tasa de interés del 28% anual simple. ¿Cuánto tiempo deberá mantener su inversión para poder comprar la propiedad que desea?

Respuesta: El dueño de la empresa deberá esperar aproximadamente 2 años y 5 meses (2.42 años) para poder retirar el dinero y realizar la compra de la propiedad.

Solución:
Aplicando la metodología a un ejemplo práctico

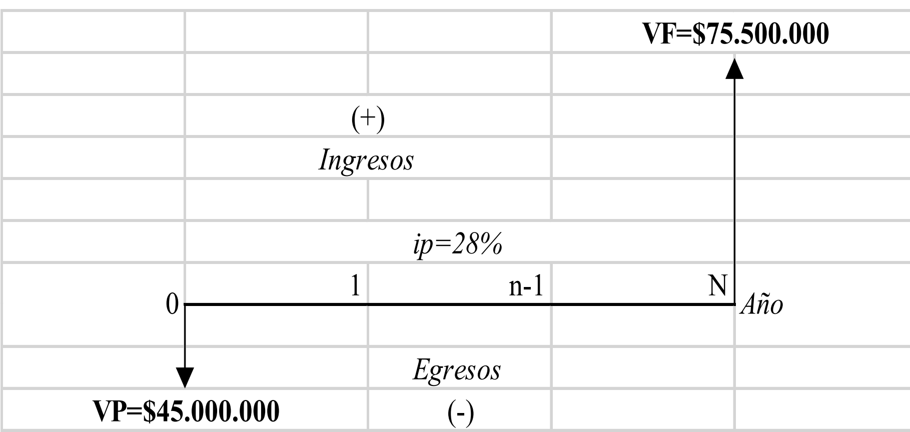
Paso 1: Leer y entender el problema.
El dueño de una empresa desea saber cuánto tiempo debe invertir su dinero para alcanzar un monto específico que le permite a él comprar una propiedad. Por ello, se enfatiza la importancia de leer el ejercicio de manera detallada y minuciosa para comprender plenamente el problema e identificar correctamente las variables en el segundo paso.

Paso 2: Identificar variables.

- Para este ejercicio se identifican las siguientes variables:
- Valor presente (VP): $45.000.000
- Valor futuro (VF): $75.500.000
- Tasa de interes (ip): 28% anual.
- N: ?

Paso 3: Graficar el problema.

Figura 10
Grafica ejemplo práctico 3.



Fuente: *Elaboración propia.*

Paso 4: Formulación matemática.
Hasta el anterior punto, si el estudiante aplica la metodología planteada por los autores, como mínimo ha entendido e identificado el ejercicio porque ya ha realizado su gráfico. Es por esto que, a partir de la identificación de esas variables se pueden estimar las fórmulas matemáticas que requiere para el ejercicio para su solución. En este caso, para calcular el tiempo en interés simple se recomienda utilizar la fórmula:

$$N = \frac{VF - VP}{VP \times ip}$$

Se reemplaza y se resuelve:

$$N = \frac{75.500.000 - 45.000.000}{45.000.000 \times 0.28}$$

$$N = \frac{75.500.000 - 45.000.000}{45.000.000 \times 0.28}$$

$$N = \frac{30.500.000}{12.600.000}$$

$$N = \frac{30.500.000}{12.600.000}$$

$$N \approx 2{,}42$$

Paso 5: Interpretación de resultados.
Al analizar el anterior resultado adquirido en la formulación matemática, se puede concluir que el dueño de la empresa deberá mantener su inversión durante aproximadamente 2.42 años para poder acumular el monto necesario y comprar la propiedad en Valparaíso, Caquetá.

Ejemplo práctico 4 para hallar la tasa de interés (Ip):

El docente LFV le pregunta a usted, estudiante de finanzas, la rentabilidad simple que podría tener él al invertir hoy en las acciones de LunellaD'Moda la suma de $10.500.000 y poder retirar al cabo de 3 años $20.000.000.

Respuesta: La rentabilidad a interés simple anual que obtendría el docente LFV sería de aproximadamente 30.16%.

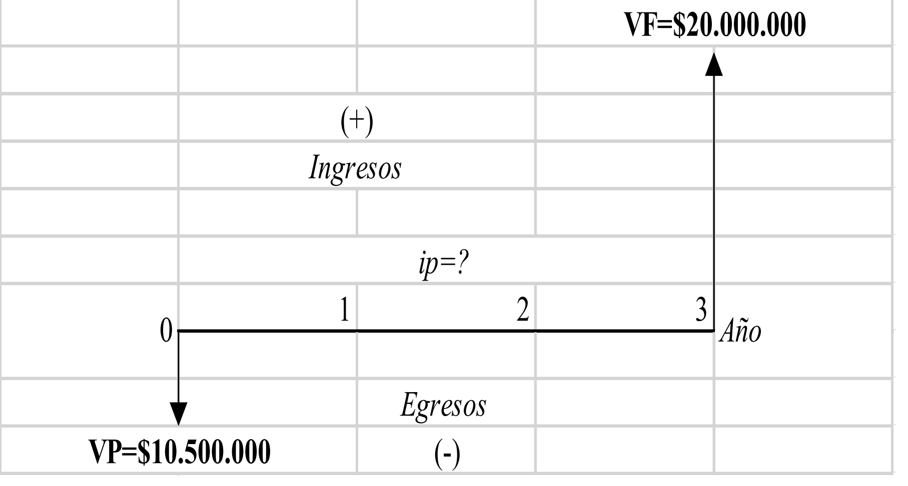
Solución:
Aplicando la metodología a un ejemplo práctico

Paso 1: Leer y entender el problema.
Se le recomienda al lector leer cuidadosamente el ejercicio para no pasar por alto detalles importantes. Al leerlo, se infiere que, para este caso, el docente LFV quiere saber la rentabilidad simple que obtendría al invertir en acciones de LunellaD'Moda. Para ello, se debe calcular la tasa de interés (ip).

Paso 2: Identificar variables.
Al leer y entender de manera correcta el ejercicio, Una buena lectura y entendimiento del problema en el anterior paso les permite identificar todas las variables y los datos clave necesarios para resolver el ejercicio.

- Valor presente (VP): $10.500.000
- Valor futuro (VF): $20.000.000
- Tiempo (N): 3 años.
- Ip: ?
- Paso 3: Graficar el problema.

Figura 11
Grafica ejemplo práctico 4.



Fuente: *Elaboración propia.*

Paso 4: Formulación matemática.
Cuando entiendo se entiende bien el problema y se grafica de manera correcta, se pueden elegir las fórmulas, herramientas o métodos más apropiados para resolverlo. Si no se comprende el contexto o los datos, es más probable que se utilicen formulas incorrectas. Para este ejercicio, y con el fin de calcular el ip según las variables proporcionadas en el ejercicio financiero, se emplea la siguiente formula:

$$ip = \frac{VF - VP}{VP \times N}$$

Se reemplaza y soluciona:

$$ip = \frac{20.000.000 - 10.500.000}{10.500.000 \times 3}$$

$$ip = \frac{9.500.000}{31.500.000}$$

$$ip \approx 0{,}3016$$

Se le recuerda al lector que el ip representa la tasa de interés, y como tal, esta se debe expresar en términos porcentuales. Es por esto que, para convertir un término en porcentaje, se multiplica por 100%, por lo que el resultado sería:

$$ip \approx 0{,}3016 \times 100\%$$

$$ip \approx 30{,}16\% \;\; Anual$$

Paso 5: Interpretación de resultados.
Para este paso, saber interpretar los resultados no solo le ayudará al estudiante resolver los ejercicios correctamente, sino que le enseña a tomar decisiones más acertadas y a tener una visión de la situación. En este caso, se infiere con los resultados que si el docente LFV invierte $10.500.000 en acciones de LunellaD'Moda, podría obtener una rentabilidad simple anual de aproximadamente 30.16% al cabo de 3 años. Esto significa que el valor total de su inversión ascendería a $20.000.000.

Al finalizar los anteriores ejemplos prácticos hallando cada variable descrita en el interés simple se concluye que, al aplicar la metodología propuesta, se ha resuelto de manera clara y concisa los problemas financieros planteados, proporcionando respuestas completas y comprensible a los lectores. De igual modo, se recomienda seguir practicando el conocimiento adquirido.

A continuación, se presenta en la tabla 3 un resumen de las posibles fórmulas que un estudiante podría utilizar para resolver ejercicios financieros relacionados con el interés simple:

Tabla 3

Resumen fórmulas del interés simple.

FORMULACION MATEMATICA PARA INTERES SIMPLE			
Se utilizan dependiendo las variables identificadas en el ejercicio o situación problema.			
1	$IP =$	$VP \times Ip$	Sirve para hallar el interés parcial, y, siempre estará expresado en una unidad de moneda.
2	$IT\ o\ IA =$	$VP \times Ip \times N$	Sirve para hallar el interés total o acumulado, y, siempre esta expresado en una unidad de moneda.
3	$ip =$	$\frac{IP}{VP}$	Sirve para hallar la tasa de interés para el periodo, y, siempre esta expresado en (%).
4	$ip =$	$\frac{IT}{VP} \times N$	Sirve para hallar la tasa de interés para toda la negociación, y, siempre esta expresado en (%).
5	$ip =$	$\frac{VF - VP}{VP \times N}$	Sirve para hallar la tasa de interés para toda la negociación, y, siempre esta expresado en (%).
6	$N =$	$\frac{IT\ o\ IA}{VP \times ip}$	Sirve para hallar el tiempo de la negociación, y se expresa teniendo en cuenta la unidad de tiempo utilizada.
7	$N =$	$\frac{VF - VP}{VP \times ip}$	Sirve para hallar el tiempo de la negociación, y se expresa teniendo en cuenta la unidad de tiempo utilizada.
8	$VF =$	$VP + IT\ o\ IA$	Sirve para hallar el valor futuro y su resultado siempre será en una unidad de moneda.
9	$VF =$	$VP(1 + Ip \times N)$	Formula general del valor futuro y su resultado siempre será en una unidad de moneda.
10	$VP =$	$\frac{VF}{1 + Ip \times N}$	Sirve para hallar el valor presente y su resultado siempre será en una unidad de moneda.

Fuente: *Elaboración propia.*

2.1.4. Ejercicios Prácticos Propuestos para Realizar

Ejercicio 1

Problema: Un campesino que trabaja como agricultor en una finca ubicada en la Amazonía necesita un préstamo de $50.000.000 para comprar semillas y sembrar forrajes. El jefe (patrón) le ofrece un préstamo informal con una tasa de interés simple del 15% mensual. ¿Cuánto deberá pagar de intereses totales y parciales el agricultor al cabo de 6 meses?
Nota. Es de aclararle al lector o estudiantes que este sistema de financiación no es legal ni tampoco económico, y se evidencia la falta de inteligencia financiera que pueden tener las personas.

Respuesta: IT = $45.000.000; IP = $7.500.000

Ejercicio 2

Problema: Un prestamista informal que piensa incursionar en el mercado de la ciudad de Florencia, Caquetá ofrece préstamos de $10.000.000 para proyectos de reforestación propios de la región. Si una persona que adquiere el préstamo paga $13.000.000 al cabo de 3 años, ¿cuál es la tasa de interés simple anual del préstamo ofrecido por el prestamista?

Respuesta: Ip = 10% anual.

Ejercicio 3

Problema: Un grupo de artesanos solicita un préstamo informal de $2.000.000 a una tasa de interés del 24% anual para comprar materiales con el fin de elaborar sus productos artesanos colombianos. ¿Cuánto será el interés parcial que deberán pagar al cabo de un mes?

Respuesta: IP = $40.000 mensual.

Ejercicio 4

Problema: Un estudiante investigador de la Universidad de la Amazonia adquiere un préstamo informal de $1.500.000 para poder financiar un proyecto de investigación, ya que, su tema generaría gran impacto en el desarrollo sostenible de la región y no desea esperar más tiempo porque necesita optimizar costos para así maximizar las futuras ganancias que generaría su investigación en lo social y lo económico. El prestamista informal es un docente de la universidad y que por ser estudiante investigador le ofrece una tasa de interés simple del 12% semestral, durante de 2 años. ¿Cuánto deberá pagar el estudiante al profesor por dicho préstamo?

Respuesta: VF = $2.220.000

Ejercicio 5

Problema: Una comunidad indígena recibe un préstamo por la suma de $8.000.000 para poder mejorar las condiciones de vivienda de la comunidad. Se ha establecido en el contrato informal que el préstamo debe ser pagado en un plazo de 5 años y que prestamista cobrará un ip del 2% mensual simple, ¿qué cantidad deberá pagar en total la comunidad indígena al final de la operación para poder cancelar el total de la obligación adquirida y el interés total a pagar?

Respuesta: VF = $17.600.000; I=$9.600.000

Ejercicio 6

Problema: Una empresa recibe un préstamo por la suma de $50.000.000 para poder adquirir un programa de formación internacional de lectura rápida porque las estadísticas demostraban un déficit en la velocidad de lectura de los colaboradores. Dicho préstamo debe ser pagado en su totalidad al cabo de 3 años y el prestamista cobra una ip anual del 10% por su utilización. ¿Cuánto deberá pagar de interés total la empresa por el préstamo al cabo de los 5 años?

Respuesta: IT = $15.000.000

Ejercicio 7

Problema: Daniela Aldana solicito un crédito a un prestamista bien llamado gota gota o usurero por la suma de $25.000.000, con la condición de pagar la suma de $50.000.000, a una tasa de interés del 40% anual de interés simple. ¿Cuánto tiempo transcurre entre el inicio del préstamo y el final de préstamo, para que Daniela se programe y no le quede mal al prestamista? Entregue el resultado en meses, bimestres, trimestres, cuatrimestres, semestres y año.

Respuesta: N = 2,5 años; 30 meses; 15 Bimestres; 10 Trimestres, 7,5 Cuatrimestres y; 5 Semestres.

Ejercicio 8

Problema: ¿Cuál es el precio o valor de contado de un televisor Ultra SMART TV de 55 pulgadas que se paga dando una cuota inicial equivalente al 35% de su precio o valor de contado para poder retirar el activo, la entidad que financia el activo le hace firmar a su acreedor una letra de cambio por la suma de $2.580.000 para dentro de cuatro meses, la tasa de interés de dicha financiación es del 36% anual?

Respuesta: VP (65%) = 2.303.571,429
VP (35%) = 1.240.384,616
VP (100%) = 3.543.956,045

Ejercicio 9

Problema: Abel Cortes compro un vehiculó automotor modelo 2021 que tenía un valor y por el cual pago $60.000.000 el día 1 de julio, mejoro sus ingresos y cambio de vehículo tomando la decisión de vender el anterior carro el día 31 de diciembre del mismo año en

$70.000.000. ¿Si la tasa de interés del mercado de ese sector era del 40% anual de interés simple, para Abel fue conveniente esta operación?

Respuesta: No fue conveniente la negociación porque la tasa de interés fue del 33,3333% anual y la tasa de oportunidad del mercado era del 40% anual de interés simple.

Ejercicio 10

Problema: Con los conocimientos adquiridos en ingeniería económica el monitor de la asignatura decide hoy invertir la suma de $22.500.000, esperando recibir dentro de 25 meses la suma de $33.362.500, si el interés pactado es simple, hallar la tasa bimestral correspondiente. El monitor queda contento con esa tasa de interés y decide colocar la suma obtenida nuevamente un periodo de tiempo de 4 años y medio más. ¿Cuál sería la nueva suma obtenida por esa inversión?

Respuesta: La tasa de interés de la primera negoción es del 3,8622% bimestral y el valor futuro de la última negoción es de $68.152.714,83.

2.2. El Interés Compuesto o Capitalizado

El interés compuesto se define como el proceso mediante el cual se indexan los intereses que se generan en los periodos anteriores, dando origen a un nuevo capital, tomándolo de base para el cálculo de los intereses futuros, es decir que, los intereses se acumulan y se suman al capital inicial produciendo mayores intereses en cada periodo (observe la tabla 4), esto quiere decir, que hay reinversión de los intereses o que los intereses producen más intereses, en razón de los cual, se da origen al concepto de capitalización de los intereses.

El interés compuesto tiene un comportamiento exponencial, esto quiere decir que su crecimiento será cada vez mayor. Dicho de otro modo, como lo menciona Dumrauf (2013):

Cuando hablamos de interés compuesto nos referimos al régimen en el que los intereses se capitalizan, es decir, pasan a formar parte del capital; a diferencia del interés simple, en el régimen compuesto, el interés se incorpora al capital y produce nuevos intereses. La tasa de interés se aplica sobre el saldo inicial y los intereses generados y no pagados en periodos anteriores. Al proceso de incorporar los intereses generados y no pagados en periodos anteriores se denomina capitalización de los intereses, es decir, los intereses generados y no pagados van a formar parte del capital. (p.56)

Para continuar, es importante aclarar las diferencias entre los dos sistemas, mediante un cuadro comparativo, pero cabe aclarar y recordar el significado de cada variable. **VP**, es la denotación que se le da al valor presente, **Ip,** representa la tasa de interés y que siempre esta expresada en términos porcentuales, y la variable **IP**, es la denotación de los intereses parciales y siempre será el resultado de una operación matemática, por lo tanto, su expresión será en valores absolutos o en pesos.

Tabla 4
Comparación de características entre el interés simple y el compuesto.

INTERES SIMPLE	INTERES COMPUESTO
VP es constante en toda la negociación.	VP es variable durante toda la negociación.
La Ip siempre se liquida sobre el mismo VP.	La Ip siempre se liquida sobre un VP diferente.
El IP siempre serán constantes.	El IP siempre será variable.
Los IP se pueden retirar una vez causados.	Los IP no se pueden retirar, se capitalizan.

Fuente: *Elaboración propia.*

En resumidas cuentas, y para ir concluyendo este aparte, se puede inferir que el interés compuesto es mucho más favorable para la toma de decisiones de inversión o financiación, ya que, en condiciones iguales y de pendiendo la decisión, puede arrojar beneficios a favor empresarial o a nivel personal y, para mayor ilustración se desarrollará

el siguiente ejemplo comparativo o situación problema:
La señorita SSVP estudiante de medicina, quiere saber la diferencia entre invertir en el sistema a interés simple y compuesto, ya que posee un excedente de liquidez en su flujo de caja por valor de $25.000.000. En el Sistema Financiero Colombiano le presentan dos alternativas: a) El Banco JFV le ofrece una cuenta de ahorros donde le reconoce y paga una tasa de interés del 3% trimestral, para un tiempo de 1,5 años, es de resaltar que, el banco opera a interés compuesto; b) Un agente informal le sosteniente las mismas garantías o condiciones, pero a interés simple. ¿La señorita SSVP, por obvias razones quiere saber dónde invertir?

Tabla 5

Comparativo entre el interés compuesto e interés simple.

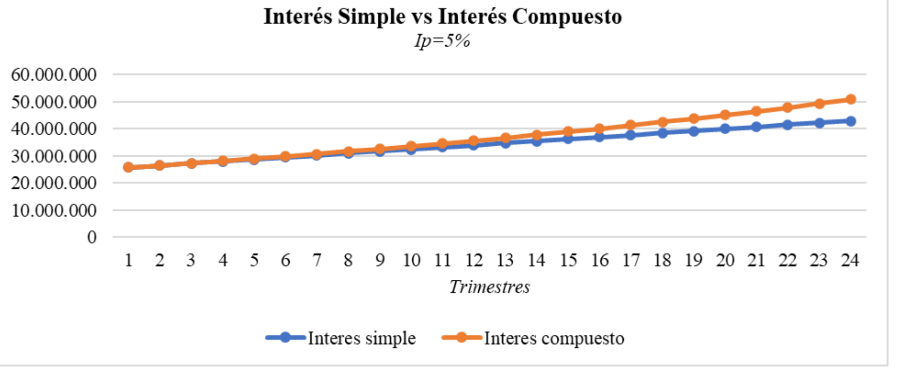
PERIODOS Trimestres	AGENTE INFORMAL. Tasa de interés del 3% trimestral a interés simple.			BANCO JFV Tasa de interés del 3% trimestral a interés compuesto.		
	Saldo Inicial	Intereses	Saldo final	Saldo Inicial	Intereses	Saldo final
1	25.000.000	750.000	25.750.000	25.000.000	750.000	25.750.000
2	25.000.000	750.000	26.500.000	25.750.000	772.500	26.522.500
3	25.000.000	750.000	27.250.000	26.522.500	795.675	27.318.175
4	25.000.000	750.000	28.000.000	27.318.175	819.545	28.137.720
5	25.000.000	750.000	28.750.000	28.137.720	844.132	28.981.852
6	25.000.000	750.000	29.500.000	28.981.852	869.456	29.851.307
		Interés Simple Total	4.500.000	Interés Compuesto Total		4.851.307

Fuente: *Elaboración propia.*

Se puede analizar en la tabla 5 que, bajo el supuesto de que ambos actores reconocen y pagan la misma tasa de interés, el VF, es más atractivo y con mayor beneficio en el sistema a interés compuesto, debido a que los intereses se reinvierte periodo tras periodo, dando origen y como resultado a un nuevo VP, demostrándose matemáticamente el concepto de capitalización de intereses, o lo que conocemos en nuestro diario vivir como el efecto de los intereses sobre intereses o también normalmente conocido como la reinversión de los intereses, que solo opera en el sistema a interés compuesto, lo que matemáticamente se puede llamar un crecimiento geométrico o exponencial. De igual forma, se puede observar y comprobar las características fundamentales del interés simple que anterioridad se mencionaron, en cuanto a las variables valor presente (VP) e interés (I), ya que, en toda la negociación permanecerán constantes; es decir, su crecimiento es aritmético o lineal; paralelamente se puede evidenciar en los intereses finales tanto en el sistema simple como en el compuesto, que este último es mucho más rentable a través del tiempo debido al proceso de indexación de los intereses al capital inicial. En consecuencia, es bueno responderle a la señorita SSVP, que el mejor sistema para invertir su dinero es el compuesto, pero haciendo la salvedad que deben operar con los mismos supuestos, en cuanto a la tasa de interés y el tiempo, como se puede evidenciar en la siguiente grafica (ver figura 12):

Figura 12

Relación entre el interés simple y compuesto proyectado a 24 trimestres.



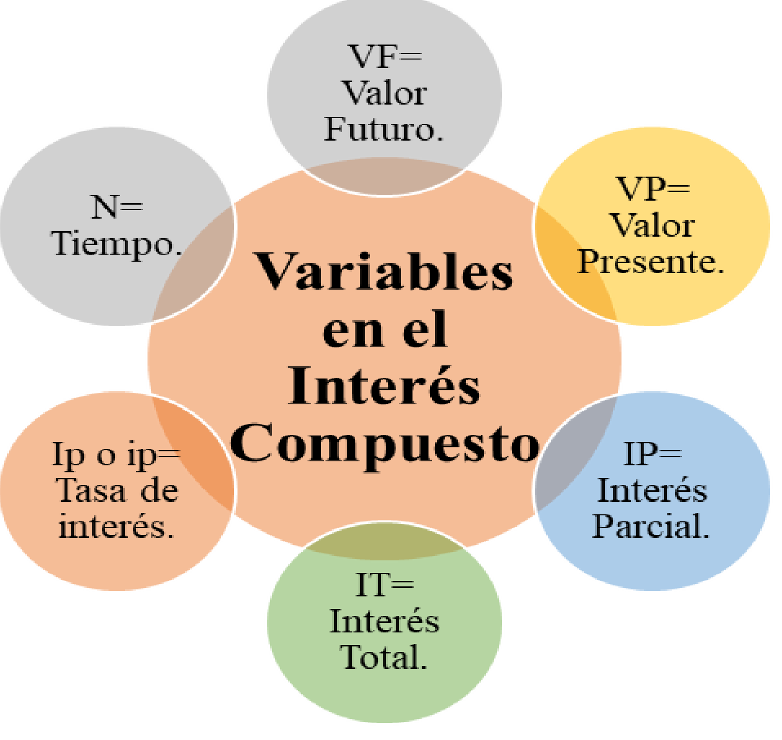
Fuente: *Elaboración propia.*

2.2.1. Definición de Variables a Utilizar

Cabe resaltar que, todas la variables enunciadas y estudiadas con anterioridad se seguirán utilizando conservando su notación o nomenclatura, así como lo muestra la figura 13.

Figura 13

Variables en el Interés Compuesto o Capitalizado.



Fuente: *Elaboración propia.*

Sin embargo, para este sistema de interés compuesto o capitalizado se adicionarán las siguientes:

2.2.1.1. Tasa de interés nominal anual.

Es la tasa que aparece en todo negocio o transacción financiera y que siempre esta acompaña de los términos nominal anual y de su periodicidad para su proceso de capitalización, entiéndase por periodicidad, días, semanas, quincenas, meses, bimestres, trimestres, cuatrimestres, semestres y el año; como de la forma de cobrar o pagar los intereses, ya sea, vencidos o anticipados. Conviene precisar que, cuando las capitalizaciones se han anticipadas, su denotación será por una Jota mayúscula prima (J´), y cuando las capitalizaciones se han vencidas, su denotación será una Jota mayúscula sola (J):

- Capitalizaciones Vencida (J): En este caso, el interés se calcula y se aplica al final del período y del tiempo especificado. Es decir, al final del período se suma el interés al monto principal para determinar el total a pagar o recibir. Esta es la forma más común de expresar la tasa de interés. Ejemplo: 24% NACMV, y se lee de la siguiente manera, tasa de interés del 24% nominal anual capitalizable mes vencido.

- **Capitalizaciones Anticipada (J'):** En este caso, el interés se calcula y se aplica al principio del período de tiempo especificado. Es decir, al principio del período, se suma el interés al monto principal, y se paga o recibe el total al final del período. Esta forma de expresar la tasa de interés es menos común, pero puede ser útil en ciertos contextos financieros. Ejemplo, 28% NACTA, y se lee de la siguiente manera, tasa de interés del 28% nominal anual capitalizable trimestre anticipado.

Periodicidad y frecuencia de capitalización al año:

Año = 1
Semestre = 2
Cuatrimestre = 3
Trimestre = 4
Bimestre = 6
Mes = 12
Quincena = 24
Semana = 52
Día= 365

2.2.1.2. Tasa de interés efectiva anual.

Es la tasa que se utiliza para calcular los intereses que produce un capital en un año en términos absolutos o, es la que sirve de referencia en términos porcentuales para tomar la mejor decisión de inversión o financiación. La forma de identificar esta variable será por sus iniciales (iea) o, normalmente en el sistema bancario la encontraremos de la siguiente forma (EA).

2.2.1.3. Tasa efectiva periódica.

Es la tasa que se utiliza para calcular los interese que produce un capital, pero en un tiempo o periodo diferente al año, es decir, los periodos de capitalización pueden ser desde el mismo día, semana, quincena, mes, bimestre, trimestres, cuatrimestre o hasta el semestre. Su denotación será por sus iniciales (Ip) y, para mayor claridad, es bueno significar que esta variable también se podrá expresar con la inicial del periodo de capitalización, ejemplo, si se está hablando de una tasa de interés del 3% efectivo mensual, se puede denotar de la siguiente forma: Ip = 3% mensual o Im = 3%.

2.2.1.4. Capitalizaciones.

La variable **m** se define como el número de capitalizaciones de la tasa nominal en el año, es decir, las veces que se cobra o pagan los interese en el año (observar el recuadro posterior *Periodicidad y frecuencia de capitalización al año*) para poder comprender mejor esta variable.

2.2.2. Demostración y Deducción de la Fórmula del Interés Compuesto

Para este proceso matemático se tendrá en cuenta el siguiente ejemplo buscando más practicidad en la demostración:

Ejemplo práctico: El joven JuanFeV deposita $1.000 en una institución financiera, donde le reconocen y pagan una tasa de interés del 5% efectivo por trimestre vencido a interés compuesto y un tiempo de un año. ¿El joven JuanFeV quiere saber cuánto tendrá ahorrado al final del año o utilizando las notaciones ya mencionadas, cuál será su valor futuro (VF)?

Para mayor ilustración se le recomienda al lector iniciar con el siguiente cuadro de cálculos básicos y lógicos:

Tabla 6

Cálculos matemáticos para hallar el VF.

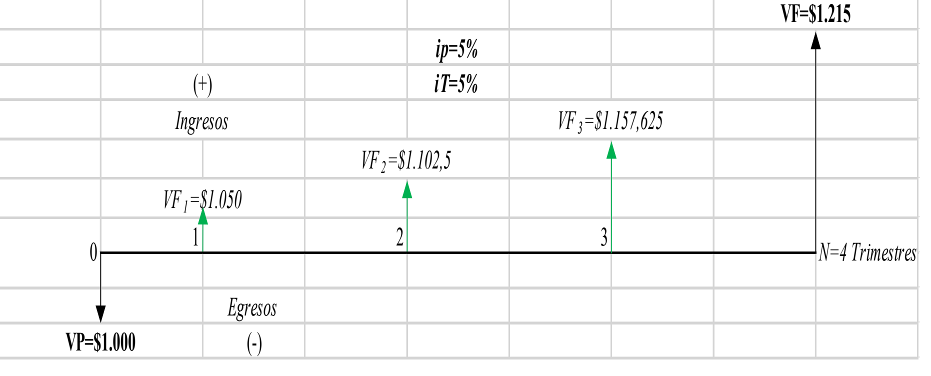
PERIODOS	VALOR PRESENTE (VP)	INTERES POR PERIODO (TRIMESTRES)	VALOR FUTURO (VF)
0	1.000,00	0,00	1.000,00
1	1.000,00	1.000 * (0,05) = 50	1.000 + 50 = 1.050
2	1.050,00	1.050 * (0,05) = 52,5	1.050 + 52,5 = 1.102,5
3	1.102,50	1.102,50 * (0,05) = 55,125	1.102,50 + 55,125 = 1.157,625
4	1.157,625	1.157,625 * (0,05) = 57,88125	1.157,625 + 57,88125 = 1.215,50625

Fuente: *Elaboración propia.*

Luego se hallará el flujo de caja, ecuación de valor o representación gráfica de cada valor por periodo, integrando los intereses al capital inicial o VP, lo que normalmente se conoce como capitalización de intereses:

Figura 14

Grafica ejemplo práctico.



Fuente: *Elaboración propia.*

Para calcular el valor futuro en el interés compuesto se debe tener en cuenta el número de capitalizaciones del periodo de tiempo en el ejercicio financiero. De acuerdo a ello, se establece la tabla 6 que demuestra matemáticamente como hallar el valor futuro dependiendo las capitalizaciones.

Tabla 7

Demostración Matemática formula VF.

PERIODOS	VALOR PRESENTE (VP) INICIANDO PERIODO. (1)	INTERÉS POR PERIODO (TRIMESTRES). (2)	VALOR FUTURO (VF), FINALIZANDO PERIODO. (1 + 2)
0	VP	0,00	VP
1	VP	$VP \times Ip$	$VP + VP \times Ip$ $= \boldsymbol{VP(1+ip)}$
2	$VP(1+Ip)$	$VP(1+Ip) \times ip$	$VP(1+Ip) + VP(1+Ip) \times Ip$ $= VP(1+Ip) \times (1+Ip)$ $= \boldsymbol{VP(1+Ip)^2}$
3	$VP(1+Ip)^2$	$VP(1+Ip)^2 \times Ip$	$VP(1+Ip)^2 + \boldsymbol{VP(1+Ip)^2 \times Ip}$ $= VP(1+Ip)^2 + (1+Ip)$ $= VP(1+Ip)^3$
4	$VP(1+Ip)^3$	$VP(1+Ip)^3 \times Ip$	$VP(1+Ip)^3 + VP(1+Ip)^3 \times Ip$ $= VP(1+Ip)^3 + (1+Ip)$ $= \boldsymbol{VP(1+Ip)^4}$
N	$VP(1+Ip)^{N-1}$	$VP(1+Ip)^{N-1} \times Ip$	$VP(1+Ip)^{N-1} + VP(1+Ip)^{N-1} \times Ip$ $= \boldsymbol{VP(1+Ip)^N}$

Nota. Las fórmulas a utilizar dependiendo el número de periodos son las ecuaciones que se encuentran en negrita. ***Fuente:*** *Elaboración propia.*

Para concluir este tema, es bueno relucir que, una vez hecha todas las operaciones matemáticas y factorizaciones necesarias se obtiene la formula general del interés compuesto o capitalizado:

$$VF = VP(1 + Ip)^N$$

Tabla 8

Resumen fórmulas del interés compuesto.

FORMULACION MATEMATICA PARA INTERES COMPUESTO			
Se utilizan dependiendo las variables identificadas en el ejercicio o situación problema.			
1	VF=	$VP(1 + Ip)^N$	Formula general para calcular el valor fututo que se tendrá al final de un periodo de inversión, siempre y cuando los intereses se estén capitalizando continuamente.
2	VF=	$I + VP$	Sirve para hallar el valor futuro teniendo los intereses cuantificados en una unidad de moneda.
3	$VP =$	$VP(1 + Ip)^{-N}$	Se utiliza para determinar cuánto dinero necesitas invertir hoy para alcanzar ese objetivo. Su resultado se expresa en una unidad de moneda.
4	$Ip =$	$\frac{VF}{VP}^{1/N} - 1$	Permite calcular la tasa de rentabilidad de una inversión.
5	$Im =$	$(1 + Ip)^N - 1$	Esta fórmula se utiliza solamente cuando la tasa del ejercicio financiero se encuentra en una unidad de tiempo diferente al año. Ejemplo: trimestres, bimestres, etc…
6	$N =$	$\frac{Log(VF/VP)}{Log(1 + Ip)}$	Calcula el tiempo necesario para alcanzar un objetivo financiero específico.

Fuente: *Elaboración propia.*

La tabla 8 presenta un resumen de las fórmulas matemáticas claves utilizadas para calcular el interés compuesto o capitalizado. Dependiendo de las variables presentes en el ejercicio o problema financiero, se pueden aplicar distintas fórmulas que permiten determinar el valor futuro de una inversión, la tasa de interés, el número de periodos, entre otros. Las fórmulas presentadas son fundamentales para realizar cálculos financieros cuando los intereses se capitalizan de manera continua o periódica, y proporcionan una base para la resolución de problemas relacionados con inversiones a largo plazo, acumulación de capital y rendimiento financiero.

2.2.3. Ejemplos Prácticos

Ejemplo práctico 1 para entender el interés compuesto o capitalizado:

Daniela hace un depósito hoy de $13.450.000 en una cuenta de ahorros que paga una tasa de interés del 11.5% trimestre vencido; tres años más tarde deposita $20.120.000; dos años después de este depósito hace otro por valor de $16.180.000; cuatro años más tarde de este último depósito la tercera parte del total acumulado se transfiere a otra cuenta que paga una tasa de interés del 12.5% MV. ¿Daniela solicita los compañeros estudiantes lectores del libro que le ayuden a saber cuánto dinero se tendrá en cada una de las cuentas, cinco años después de la transferencia?

Para tener en cuenta:

En esta etapa, después de haber comprendido la metodología para resolver problemas financieros, se recomienda al lector o estudiante comenzar con el paso número 3 de la metodología presentada en la tabla 1. Para esta temática, se aplicará la misma metodología, ya que los principios subyacentes son equivalentes, lo que facilitará la comprensión y resolución de cualquier ejercicio.

Solución:
Entonces, si se tiene en cuenta lo anterior, para solucionar el ejemplo práctico 1 según la metodología planteada se inicia leyendo

y entendiendo el problema, para después identificar variables y graficar el problema. Para poder graficar la situación planteada, se deben identificar las variables explicitas e implícitas del ejercicio, suponiendo que el estudiante ya ha leído y entendido el ejercicio:

Paso 2: Identificar variables.

Para este ejercicio se deben suponer dos escenarios. El primero, la de la cuenta de ahorro 1 (inicial), en donde se identifican las siguientes variables:

- $VP_1 = \$13.450.000$
- $J = 11.5\%\ TV$ (Trimestre Vencido).
- $Deposito_{3\ años} = \$20.120.000$
- $Deposito_{2\ años} = \$16.180.000$
- $Deposito_{4\ años} = \frac{2}{3}\ restantes\ del\ ultimo\ deposito.$
- N= 5 años después de la última transferencia (esto no quiere decir que la gráfica vaya hasta 5 si no que, si la última transferencia, *ejemplo*, fue en el año 4, más 5 años después serían 9 años en total).

Entonces, como anteriormente se ha identificado las variables para el primer escenario, las variables identificadas para la segunda cuenta de ahorro serían:

- $Deposito_{4\ años} = \frac{1}{3}$ Total, del valor acumulado hasta la fecha se transfiere a otra cuenta.
- $J = 12.5\%\ MV$ (Mes Vencido).
- N= 5 años después de la última transferencia (aplica el mismo principio al anterior).

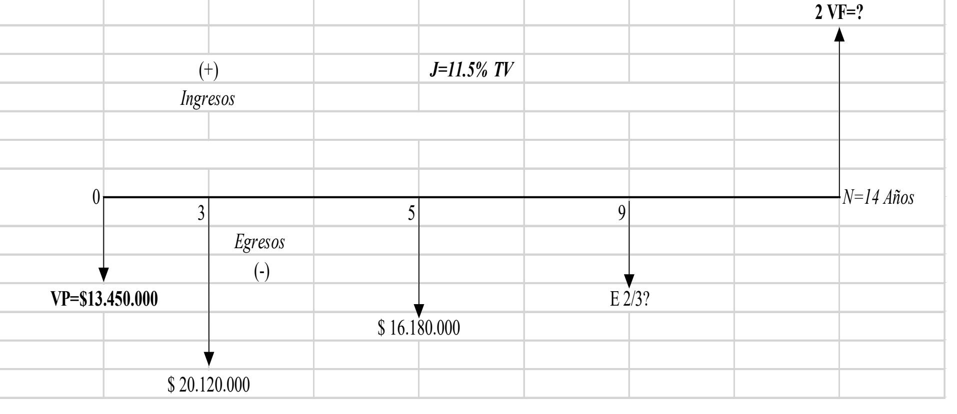
Una vez entendido lo que se debe hacer, el siguiente paso, basado en la experiencia docente y el análisis de una estudiante, es el más importante para visualizar con claridad la ejecución correcta. Para lograrlo, es necesario definir en qué condiciones temporales se trabajarán todas las variables, ya que en el ejercicio las tasas de interés y las fechas de los depósitos se manejan en periodos distintos. En este primer ejemplo, el ejercicio puede resolverse bajo tres supuestos diferentes, a elección del lector: primero, trabajar todas las variables en términos anuales; segundo, hacerlo de manera trimestral, dado que la primera tasa está expresada en trimestres vencidos; y, por último, en términos mensuales. Si el estudiante realiza los tres enfoques, TODOS, sin excepción, deben dar como resultado el mismo valor.

A partir de este punto, el ejercicio se resolverá bajo el primer supuesto: de manera **anual.**

Paso 3: Graficar el problema.
Para entender mejor este ejercicio, es recomendable suponer dos escenarios (gráficos) porque el mismo enunciado los supone al solicitar calcular dos valores futuros. Entonces, en el primer gráfico se ubican las variables y valores explícitos que se han hallado al identificar las variables que se encuentran en el ejemplo.

Entonces, de manera general, el ejercicio según el enunciado se plantea de la siguiente manera (ver figura 15).

Figura 15
Grafico ejemplo 1.



Fuente: *Elaboración propia.*

¿Por qué esta primer grafica termina en N=14 años? Porque se le suman los 5 años a la última transferencia que son 9 para poder calcular a esa fecha el total del ahorro que se solicita (acá se debe

recordar el principio que se escribió al identificar las variables).
Después de realizar la gráfica, se sigue con el paso número 4 de la metodología.

Paso 4: Formulación matemática.
Lo que primero se debe hacer en este paso es:
Convertir la tasa de interés a efectiva anual porque cumple con la regla básica en matemáticas financiera.

$$Ip = N \quad o \quad Iea = N$$

Entonces, se puede convertir la tasa a una efectiva anual para trabajar el ejercicio por años porque si existe fórmula para convertir de una tasa de interés nominal anual a una tasa de interés efectiva anual. Se dice que:

$$J \rightarrow Iea$$

Formula #1 para convertir de una tasa de interés nominal anual a una tasa de interés efectiva anual:

$$Iea = [1 + \frac{J}{m}]^m - 1$$

Se reemplazan los valores y para este ejercicio seria:

$$Iea = [1 + \frac{0{,}115}{4}]^4 - 1$$
$$Iea = 12{,}00551129\%$$

Luego se procede a utilizar la ecuación de factores múltiples que dice lo siguiente:

$$\sum ING = \sum EGR \times ff(N = ?)$$

Se le recomienda al estudiante siempre escoger los extremos como fecha focal (ff) o mejor donde este la incógnita y, entonces en ese orden de idea la solución de los factores múltiples quedaría:

$$\sum ING = \sum EGR \times ff(N = 9)$$

La anterior formula o ecuación quiere decir que todo lo que está en la fc se va a evaluar en 9 años.

$$VF = \$13.450.000(1 + 0{,}1200551129)^{9} + \$20.120.000(1 + 0{,}1200551129)^{6} + \$16.180.000(1 + 0{,}1200551129)^{4}$$

$$VF = \$37.314.430{,}72 + \$39.725.039{,}13 + \$25.464.554{,}86$$

$$VF = \$102.504.024{,}70$$

Luego el ejercicio nos dice que al cabo de esa fecha se retira la tercera parte del saldo existente en ese momento en la primera cuenta de ahorros, por lo tanto, el saldo obtenido se divide en tres partes, y luego se le resta esa tercera parte que se enviará a la segunda cuenta de ahorros como un futuro depósito, quedando el restante en la primera cuenta de ahorros, es decir, las dos terceras partes.

$$Retiro\frac{1}{3} = \ \$102.504.024{,}70/3$$

$$Retiro\frac{1}{3} = \ \$34.168.008{,}23$$

El anterior retiro 1/3 es el que se ubica en la otra cuenta de ahorro que Daniela apertura. El saldo restante es el que se ubica en la cuenta inicial. Quedaría entonces:

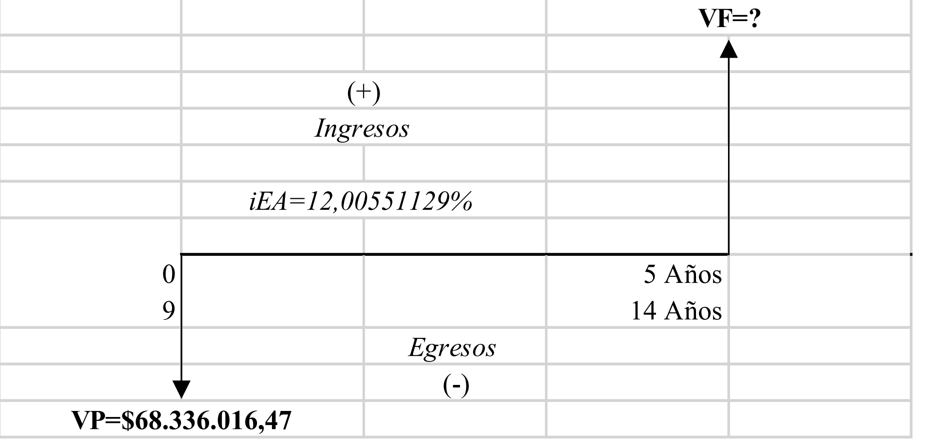
$$Deposito\frac{2}{3} = \$102.504.024{,}70 - \$34.168.008{,}23$$

$$Deposito\frac{2}{3} = \$68.336.016{,}47$$

Llegado a este punto, se le recomienda al estudiante graficar nuevamente las dos cuentas de ahorro, teniendo en cuenta que la segunda tiene otra tasa de interés.

Figura 16

Gráfico primera cuenta de ahorro.



Fuente: *Elaboración propia.*

Para solucionar y formular este ejercicio se utiliza la formula del interés compuesto.

$$VF = VP(1 + Ip)^{N}$$

Donde:

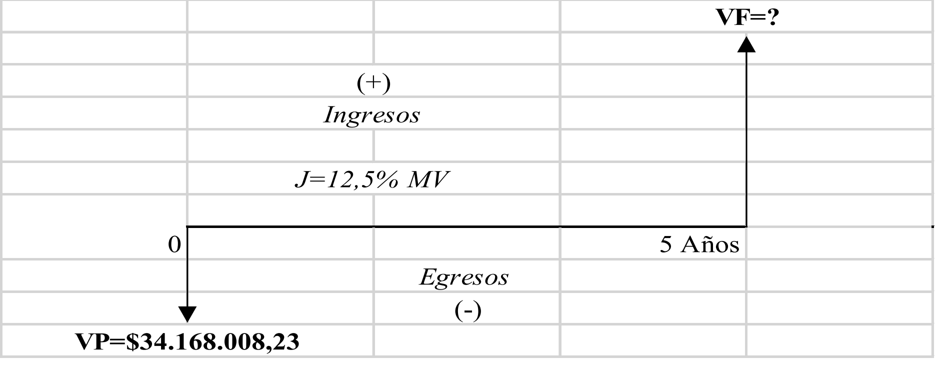
$$VF = \$68.336.016,47(1 + 0,1200551129)^{5}$$
$$VF = \$120.461.044,10$$

Entonces, el anterior $VF = \$120.461.044,10$ calculado corresponde al valor en saldo de la primera cuenta de ahorros.

Por consiguiente, se hace la gráfica de la segunda cuenta de ahorros:

Figura 17

Gráfico segunda cuenta de ahorro.



Fuente: *Elaboración propia.*

Como se tiene la tasa de interés en términos nominales, se debe convertir a efectiva anual y se plantea lo siguiente:

$$J \rightarrow Iea$$
$$J = 12{,}5\%\ MV$$
$$Iea = ?$$

Se utiliza la misma fórmula anteriormente aplicada para convertir la tasa:

$$Iea = [1 + \frac{J}{m}]^{m} - 1$$
$$Iea = [1 + \frac{0{,}125}{12}]^{12} - 1$$
$$Iea = 13{,}24160464\%$$

Para recordar y entender los anteriores términos:

- $Iea \rightarrow Tasa\ de\ interes\ efectiva\ anual.$
  $Iea \rightarrow Tasa\ de\ interes\ efectiva\ anual.$

Es la tasa de interés que realmente se gana o se paga en un año, considerando los efectos del interés compuesto o capitalizado. En otras palabras, es la tasa que refleja el verdadero costo o beneficio del dinero a lo largo de un año.

- $J \rightarrow 12.5\%\ MV \rightarrow Tasa\ de\ interes\ nominal.$

Esta es la tasa de interés que se establece inicialmente y que puede ser expresada en diferentes períodos (mensual, trimestral, anual) y que para este ejercicio se requiere anual.

Entonces,

Cuando se dice que $iEA = 13{,}24160464\%$ significa que, aunque la tasa de interés nominal que se estableció fue del 12.5% (mensual en este caso), debido a los efectos del interés compuesto o capitalizado, la tasa de interés que realmente se está ganando o pagando al final del año es del 13.24160464%.

Luego, para saber el saldo en la segunda cuenta de ahorros, solamente se utiliza la formula del interés compuesto nuevamente:

$$VF = VP(1 + ip)^N$$

Donde,

$$VF = \$34.168.008{,}23(1 + 0{,}1324160464)^5$$
$$VF = \$63.628.214{,}52$$

Entonces, el anterior $VF = \$63.628.214{,}52$ calculado corresponde al valor en saldo de la segunda cuenta de ahorros de manera anual.

Los anteriores resultados se han desarrollado bajo el termino anual del tiempo. La siguiente solución corresponde al mismo ejercicio matemático planteado anteriormente, pero resuelto bajo el segundo supuesto: de manera **trimestral.**

Se identifican las mismas variables en el **paso 2** porque corresponde al mismo ejercicio.

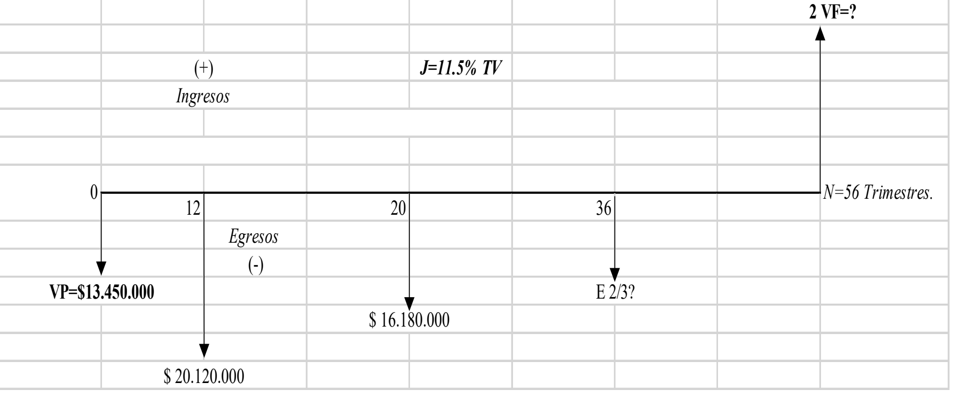
Paso 3: Graficar el problema.

Para igualmente comprender el ejercicio resuelto de manera trimestral, se recomienda igualmente suponer dos escenarios (gráficos) porque el mismo enunciado los supone al solicitar calcular dos valores futuros. Entonces, en el primer gráfico se ubican las variables y valores explícitos (trimestralmente) que se han hallado al identificar las variables que se encuentran en el ejemplo.

Entonces, de manera general, el ejercicio según el enunciado se plantea de la siguiente manera en términos de tiempo trimestrales (ver figura 18).

Figura 18

Gráfico trimestral de manera general del ejemplo 1.

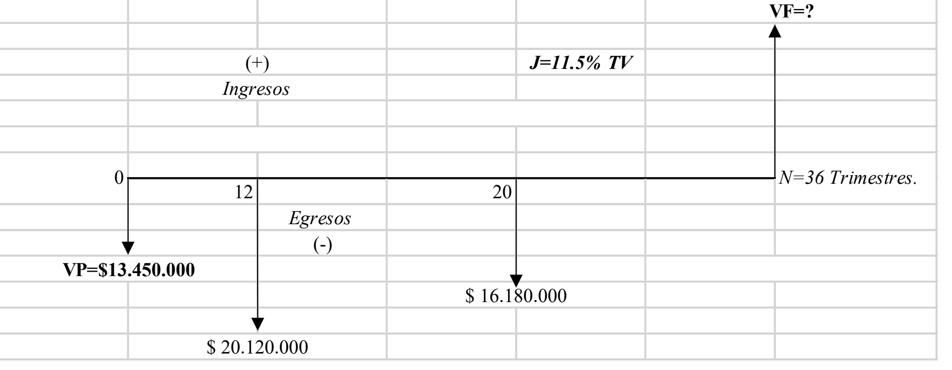


Fuente: *Elaboración propia.*

Después de realizar la gráfica general del ejercicio, se le recomienda al estudiante volver a graficar hasta el N que necita inicialmente para poder calcular el VF de la primera cuenta. Entonces, al graficarlo quedaría:

Figura 19

Grafico trimestral de la primera cuenta.



Fuente: *Elaboración propia.*

Al graficarlo correctamente y comprender lo que expresa el grafico, se sigue con el paso número 4 de la metodología.

Paso 4: Formulación matemática.

Lo que primero se debe hacer en este paso es convertir la tasa porques esta es vencida:

Convertir la tasa de interés a efectiva anual, y de efectiva anual a efectiva trimestral porque cumple con la regla básica en matemáticas financiera.

$$ip = N \quad o \quad iEA = N$$

Entonces, se puede convertir la tasa a una efectiva anual para trabajar el ejercicio por trimestres porque si existe fórmula para convertir de una tasa de interés nominal anual a una tasa de interés efectiva anual y de esa a efectiva trimestral. Se dice entonces que:

$$J \to iEA \to ip$$

Como anteriormente ya se ha convertido a efectiva anual por medio de la formula #1, se hace directamente reemplazando los valores con los que ya se cuenta:

$$J = 11.5\ TV$$
$$iEA = 12{,}00551129\%\ Anual$$

Luego se procede a convertir esa iEA a una tasa de interés trimestral:

$$ip = (1 + iEA)^N - 1$$
$$ip = (1 + 0{,}1200551129)^N - 1$$

Para esta conversión, se aplica la fórmula para calcular la variable N, en este caso, la tasa desconocida es trimestral, es decir, nos preguntamos siempre ¿cuántos meses tiene un trimestre?; y la conocida anual, ¿Cuántos meses tiene un año? Entonces:

$$N = \frac{TD}{TC}$$
$$N = \frac{3}{12}$$
$$N = 0{,}25$$

Para tener en cuenta:

Solo en la fórmula para calcular la tasa de interés en el interés compuesto o capitalizado $Ip = (1 + Iea)^N - 1$ la variable N no corresponde no es tiempo, para calcular esa variable se utiliza la siguiente formula:

$$N = \frac{TD}{TC}$$

- En la variable N el estudiante se debería preguntar: ¿cuantos meses tiene esa tasa para poder calcularla bajo ese término de tiempo?
  - $\boldsymbol{TD} =$ Tasa Desconocida.
  - $\boldsymbol{TC} =$ Tasa Conocida.

Retomamos la formula del ip y se reemplaza N con el valor anterior para calcular la tasa trimestral:

$$Ip = (1 + 0{,}1200551129)^{0{,}25} - 1$$
$$Ip = (1 + 0{,}1200551129)^{0{,}25} - 1$$
$$Ip = 0{,}02875$$

Como se ha convertido una tasa este valor se debe multiplicar por cien porque se debe expresar en términos porcentuales.

Entonces,

$$Ip = 0{,}02875 \times 100\%$$
$$Ip = 2{,}875\%\ \mathrm{T}$$

Después de convertir la tasa se utiliza la ecuación de factores múltiples que dice lo siguiente:

$$\sum ING = \sum EGR \times ff(N = ?)$$

Se le recomienda al estudiante siempre escoger los extremos como

fecha focal (ff) o mejor donde este la incógnita y, entonces en ese orden de idea la solución de los factores múltiples quedaría:

$$\sum ING = \sum EGR \times ff(N = 36)$$

La anterior formula o ecuación quiere decir que todo lo que está en la fc se va a evaluar en 36 trimestres.

Entonces,

$$VF = \$13.450.000(1 + 0{,}02875)^{36} + \$20.120.000(1 + 0{,}02875)^{24} + \$16.180.000(1 + 0{,}02875)^{16}$$
$$VF = \$37.314.430{,}719 + \$39.725.039{,}1303 + \$25.464.554{,}8614 VF = \$102.504.024{,}711$$

Hasta este punto el estudiante se puede dar cuenta que sin importar que las tasas sean “diferentes” son equivalentes porque generan un mismo resultado. La siguiente figura ilustra que, aunque las tasas sean expresadas de diferentes formas (anual o trimestral), ambas proporcionan el mismo valor futuro, lo que las convierte en tasas equivalentes (ver tabla 9).

Tabla 9

Ejemplo Tasas Equivalentes

Resultado Aplicado Bajo una Tasa Anual	Resultado Aplicado Bajo una Tasa Trimestral
$J = \quad 11{,}5\%\ TV$	$Iea = \quad 12{,}00551129\%$
$Iea = \quad 12{,}00551129\%$	$Ip = \quad 2{,}875\% 2{,}875\%$ T
$VF_1 = \quad \$102.504.024{,}70$	$VF_2 = \quad \$102.504.024{,}711$

Fuente: *Elaboración propia.*

La anterior comparación subraya la importancia de que un estudiante convierta correctamente las tasas nominales que le suministra un ejercicio o problema financiero en tasas efectivas para poder hacer comparaciones precisas aplicadas a un contexto simulado o real.

Siguiendo con la solución, el ejercicio nos dice que al cabo de esa fecha se retira la tercera parte del saldo existente en ese momento en la primera cuenta de ahorros, por lo tanto, el saldo obtenido se divide en tres partes, y luego se le resta esa tercera parte que se enviará a la segunda cuenta de ahorros como un futuro depósito, quedando el restante en la primera cuenta de ahorros, es decir, las dos terceras partes.

$$Retiro\frac{1}{3} = \$102.504.024{,}711/3$$

$$Retiro\frac{1}{3} = \$34.168.008{,}2369$$

El anterior retiro 1/3 es el que se ubica en la otra cuenta de ahorro de manera trimestral que Daniela apertura. El saldo restante es el que se ubica en la cuenta inicial. Quedaría entonces:

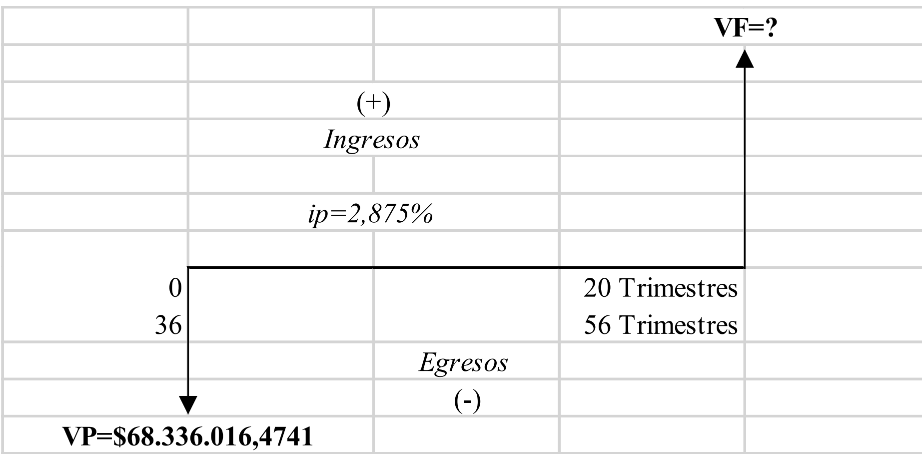
$$Deposito\frac{2}{3} = \$102.504.024{,}711 - \$34.168.008{,}2369$$

$$Deposito\frac{2}{3} = \$68.336.016{,}4741$$

Llegado a este punto, se le recomienda al estudiante graficar nuevamente las dos cuentas de ahorro, teniendo en cuenta que la segunda tiene otra tasa de interés.

Figura 20

Gráfico trimestral primera cuenta de ahorro.



Fuente: *Elaboración propia.*

Entonces, ahora si se aplica la formula del interés compuesto.

$$VF = VP(1 + Ip)^N$$

Donde:

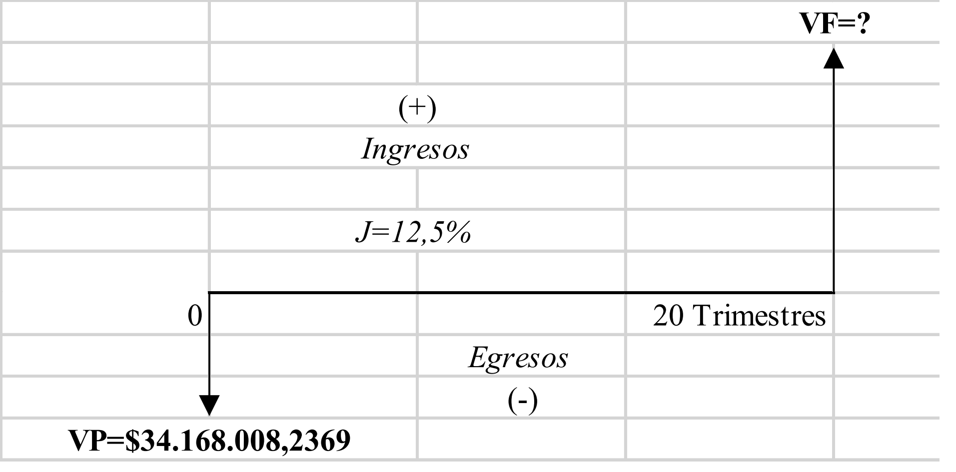
$$VF = 68.336.016{,}4741(1 + 0{,}02875)^{20}$$
$$VF = \$120.461.044{,}121$$

Entonces, el anterior $VF = \$120.461.044{,}121$ calculado trimestralmente corresponde al valor en saldo de la primera cuenta de ahorros para este tiempo.

Por consiguiente, se hace la gráfica de la segunda cuenta de ahorros, en donde el valor inicial (VP) para este caso parte de la consignación de la tercera parte del valor existente en la primera cuenta:

Figura 21

Gráfico segunda cuenta de ahorro.



Fuente: *Elaboración propia.*

Entonces, bajo la misma metodóloga que se ha planteado, se debe convertir la J a términos anuales y después, a tiempo trimestral. Como ya anteriormente se ha convertido esa misma tasa anual igual a:

$$J = 12{,}5\%$$

Como ya se tiene la tasa de interés en términos anuales que equivale a $Iea = 13{,}24160464\%$ se convierte a ip trimestrales, así:

$$ip = (1 + Iea)^{N} - 1$$
$$ip = (1 + 0{,}1324160464)^{N} - 1$$

Para esta conversión, se aplica la misma fórmula para calcular la variable N, en este caso, se pregunta lo mismo que en la anterior; como la tasa desconocida es trimestral, es decir, nos preguntamos ¿cuántos trimestres tiene un año?; y la conocida mensual, ¿Cuántos meses tiene el año?

Entonces:

$$N = \frac{TD}{TC}$$
$$N = \frac{3}{12}$$
$$N = 0{,}25$$

Retomamos la formula del ip y se reemplaza N con el valor anterior para calcular la tasa trimestral:

$$Ip = (1 + 0{,}1324160464)^{0{,}25} - 1$$
$$Ip = 0{,}03157665111$$

Recordarle al lector que al convertir una tasa este valor se debe multiplicar por cien porque se debe expresar en términos porcentuales.

Entonces,

$$Ip = 0{,}03157665111 \times 100\%$$
$$Ip = 3{,}15766511105\%\ \text{T}$$

Al hacer las respectivas conversiones de la tasa, se procede directamente a calcular el saldo en la segunda cuenta de ahorros y para este punto, solamente se utiliza la formula del interés compuesto nuevamente:

$$VF = VP(1 + Ip)^N$$

Donde,

$$VF = \$34.168.008{,}4741(1 + 0{,}03157665111)^{20}$$
$$VF = \$63.628.214{,}9721$$

Entonces, el anterior $VF = \$63.628.214{,}9721$ calculado corresponde al valor trimestral en saldo de la segunda cuenta de ahorros.

Finalmente, se resuelve el mismo ejercicio financiero bajo el escenario **mensual**, con el objetivo de demostrar al estudiante que, independientemente de la nomenclatura de la tasa de interés, siempre que se realicen las conversiones correctas y se aplique de manera adecuada el cálculo matemático para su solución, el resultado final será el mismo. Para este cálculo, se sigue la misma metodología utilizada para las anteriores soluciones y:

Se identifican las mismas variables en el **paso 2** porque corresponde al mismo ejercicio:

- $VP_1 = \$13.450.000$
- $J = 11.5\%\ TV$ (se debe convertir a ip mensual).
- $Deposito_{3\ años} = \$20.120.000$

Para todos los escenarios se ha determinado la unidad de tiempo con la que se piensa trabajar. En este caso, como se va a trabajar el ejercicio de manera mensual, se deben convertir los años y se recomienda utilizar una regla de tres simple, por tanto, el tiempo total en años en el depósito inicial sería:

$1\ año \rightarrow 12\ meses$
$3\ años \rightarrow x$
Entonces,
$1 \times x \rightarrow 12 \times 3$
$x \rightarrow \frac{36}{1} \rightarrow 36$
$x \rightarrow 36$

Aplicamos el mismo procedimiento para calcular los demás tiempos en meses:

- $Deposito_{24\ meses} = \$16.180.000$
- $Deposito_{48\ meses} = \frac{2}{3}\ restantes\ del\ ultimo\ deposito.$
  $Deposito_{48\ meses} = \frac{2}{3}\ restantes\ del\ ultimo\ deposito.$

- N= 60 meses después de la última transferencia.

Entonces, como anteriormente se ha identificado las variables para el primer escenario, las variables identificadas para la segunda cuenta de ahorro serían:

- $Deposito_{48\ meses} = \frac{1}{3}$ Total, del valor acumulado hasta la fecha se transfiere a otra cuenta.
- $J = 12.5\%\ MV$ (se debe convertir a ip)
- N= 60 meses después de la última transferencia.

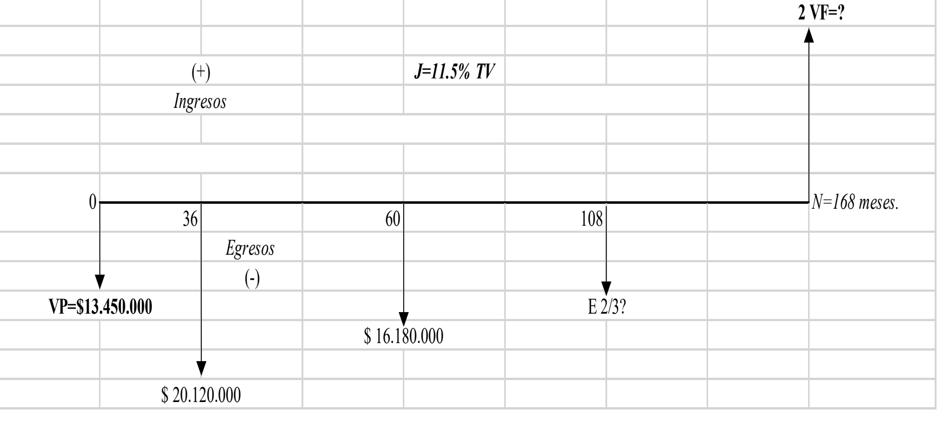
Paso 3: Graficar el problema.

Para igualmente comprender el ejercicio resuelto de manera mensual, se recomienda igualmente suponer dos escenarios (gráficos) porque el mismo enunciado los supone al solicitar calcular dos valores futuros. Entonces, en el primer gráfico se ubican las variables mensuales anteriormente identificas en el ejemplo

Entonces, de manera general, el ejercicio según el enunciado se plantea de la siguiente manera en términos de tiempo mensuales (ver figura 22).

Figura 22

Gráfico mensual de manera general del ejemplo 1.

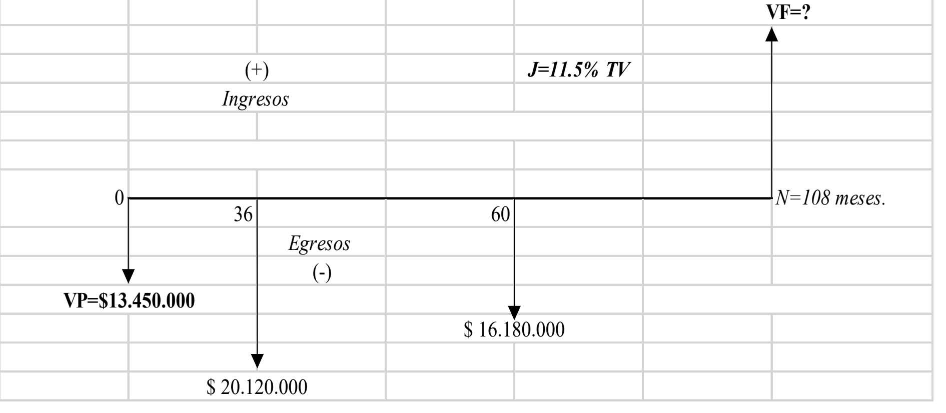


Fuente: *Elaboración propia.*

Después de realizar la gráfica general del ejercicio, se le recomienda al estudiante volver a graficar hasta el N que necita inicialmente para poder calcular el VF de la primera cuenta. Entonces, al graficarlo quedaría:

Figura 23

Gráfico mensual de la primera cuenta.



Fuente: *Elaboración propia.*

Al graficarlo correctamente y comprender el grafico, se sigue con el paso número 4 de la metodología.

Paso 4: Formulación matemática.

Lo que primero se debe hacer en este paso es convertir la tasa porque se encuentra de manera trimestral vencida y se necesita mensual. Se dice entonces que, para convertir la tasa de interés, esta debe convertir la J a una iEA y luego a una ip mensual, así:

$$J \rightarrow Iea \rightarrow Ip$$

En los anteriores cálculos, se ha hallado que la $J = 11.5\ TV$ equivale a una $Iea = 12{,}00551129\%\ Anual$ y luego se procede a convertir esa iEA a una tasade interés mensual:

$$ip = (1 + Iea)^{N} - 1$$
$$ip = (1 + 0{,}1200551129)^{N} - 1$$

Para esta conversión, se aplica la fórmula para calcular la variable N, en este caso, la tasa desconocida es mensual, es decir, nos preguntamos ¿cuántos meses tiene un mes?; y la conocida que es anual porque la tasa esta anual, se pregunta ¿Cuántos meses tiene un año?

Entonces:

$$N = \frac{TD}{TC}$$

$$N = \frac{1}{12}$$

$$N = 0{,}0833333$$

Retomamos la formula del ip y se reemplaza N con el valor anterior para calcular la tasa trimestral:

$$Ip = (1 + 0{,}1200551129)^{0{,}0833333} - 1$$

$$Ip = (1 + 0{,}1200551129)^{0{,}0833333} - 1$$

$$Ip = 0{,}00949292859$$

Como se ha convertido una tasa este valor se debe multiplicar por cien porque se debe expresar en términos porcentuales. Entonces,

$$Ip = 0{,}00949292859 \times 100\%$$

$$Ip = 0{,}94929285986\% \text{ Mes}$$

Después de convertir la tasa se utiliza la ecuación de factores múltiples que dice lo siguiente:

$$\sum ING = \sum EGR \times ff(N = ?)$$

Se le recomienda al estudiante siempre escoger los extremos como fecha focal (ff) o mejor donde este la incógnita y, entonces en ese orden de idea la solución de los factores múltiples quedaría:

$$\sum ING = \sum EGR \times ff(N = 36)$$

La anterior formula o ecuación quiere decir que todo lo que está en la fc se va a evaluar a 108 meses restándole los meses en donde se encuentre ubicado el valor a calcular:

$$VF = \$13.450.000(1+0{,}00949292859)^{108} + \$20.120.000(1+0{,}00949292859)^{72} + \$16.180.000(1+0{,}00949292859)^{48}$$

$$VF = \$37.314.415{,}4908 + \$39.725.028{,}3223 + \$25.464.550{,}2427$$

$$VF = \$102.503.994{,}056$$

Siguiendo con la solución, el ejercicio nos dice que al cabo de esa fecha se retira la tercera parte del saldo existente en ese momento en la primera cuenta de ahorros, por lo tanto, el saldo obtenido se divide en tres partes, y luego se le resta esa tercera parte que se enviará a la segunda cuenta de ahorros como un futuro depósito, quedando el restante en la primera cuenta de ahorros, es decir, las dos terceras partes.

$$Retiro\frac{1}{3} = \$102.503.994{,}056/3$$

$$Retiro\frac{1}{3} = \$34.167.998{,}0186$$

El anterior retiro 1/3 es el que se ubica en la otra cuenta de ahorro para el escenario mensual. El saldo restante es el que se ubica en la cuenta inicial. Quedaría entonces:

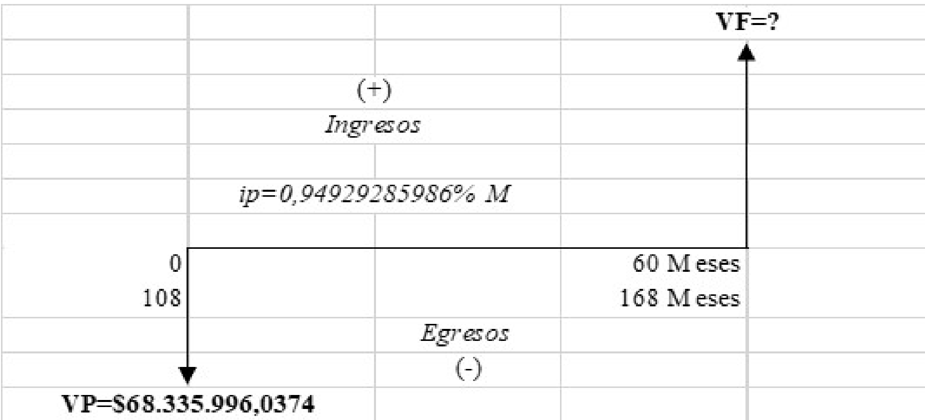
$$Deposito\frac{2}{3} = \$102.503.994{,}056 - \$34.167.998{,}0186$$

$$Deposito\frac{2}{3} = \$68.335.996{,}0374$$

Llegado a este punto, se le recomienda al estudiante graficar nuevamente las dos cuentas de ahorro, teniendo en cuenta que la segunda tiene otra tasa de interés.

Figura 24

Gráfico mensual primera cuenta de ahorro.



Fuente: *Elaboración propia.*

Entonces, ahora si se aplica la formula del interés compuesto.

$$VF = VP(1 + Ip)^{N}$$

Donde:

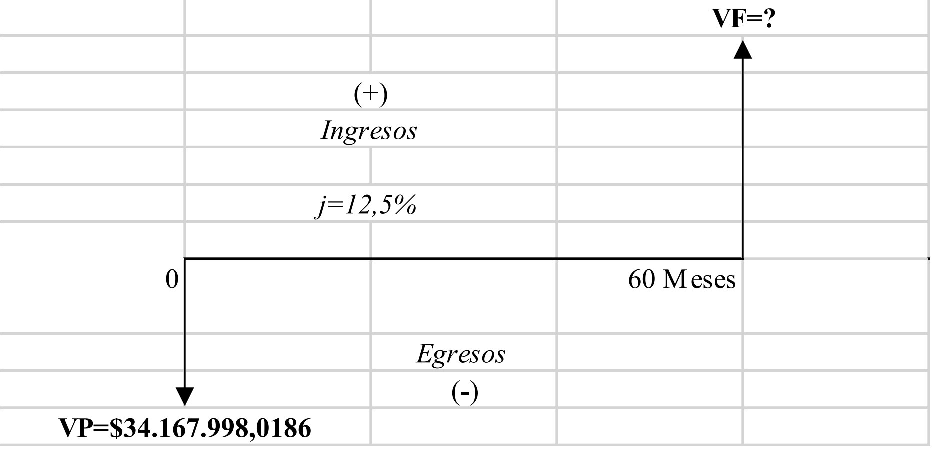
$$VF = \$68.335.996{,}0374(1 + 0{,}00949292859)^{60}$$
$$VF = \$120.460.980{,}784$$

Entonces, el anterior $VF = \$120.460.980{,}784VF = \$120.460.980{,}784$ calculado en tiempo mensual corresponde al valor en saldo de la primera cuenta de ahorros para este escenario.

Por consiguiente, se hace la gráfica de la segunda cuenta de ahorros, en donde el valor inicial (VP) para este caso parte de la consignación de la tercera parte del valor existente en la primera cuenta:

Figura 25

Gráfico segunda cuenta de ahorro.



Fuente: *Elaboración propia.*

Entonces, bajo la misma metodóloga que se ha planteado, se debe convertir la J a términos anuales y después, a ip mensual. Como ya anteriormente se ha convertido, sería:

$$J \rightarrow Iea \rightarrow Ip$$

$J = 12{,}5\%\ MV$

$Iea = 13{,}24160464\%$

$Ip = ?\ Mensual$

Como ya se tiene la tasa de interés en términos anuales se convierte a ip mensual, así:

$$Ip = (1 + Iea)^{N} - 1$$
$$Ip = (1 + 0{,}1324160464)^{0{,}0833333} - 1$$
$$Ip = 0{,}01041666$$

Recordarle al estudiante que al convertir una tasa este valor se debe multiplicar por cien porque se debe expresar en términos porcentuales.

Entonces,

$$Ip = 0{,}01041666 \times 100\%$$
$$Ip = 1{,}04166625\% Ip = 1{,}04166625\% \text{ M}$$

Al hacer las respectivas conversiones de la tasa, se procede directamente a calcular el saldo en la segunda cuenta de ahorros y para este punto, solamente se utiliza la formula del interés compuesto nuevamente:

$$VF = VP(1 + Ip)^N$$

Donde,

$$VF = \$34.167.998{,}0186(1 + 0{,}01041666)^{60}$$
$$VF = 63.628.180$$

Entonces, el anterior $VF = \$63.628.180$ calculado corresponde al valor mensual en saldo de la segunda cuenta de ahorros.

Con el anterior ejemplo práctico se ha concluido el interés compuesto o capitalizado presentado en un ejercicio financiero aplicado en distintos periodos de tiempo. A través de la metodología para la solución de problemas financieros el estudiante es guiado para solucionar el problema mediante la identificación de variables clave, los gráficos, la conversión de tasas y el uso de fórmulas matemáticas específicas. Con lo anterior se puede concluir que, independientemente del enfoque temporal utilizado (anual, semestral, trimestral, bimestral o mensual), el resultado final será el mismo siempre que las conversiones se realicen correctamente. Este ejercicio ilustra la equivalencia de tasas de interés y destaca la importancia de aplicar correctamente las fórmulas financieras, permitiendo calcular los saldos futuros en las cuentas de ahorro de manera precisa.

2.2.4. Ejercicios Prácticos Propuestos para Realizar

Ejercicio 1

Problema: La señorita Daniela presenta su hoja de vida a una empresa donde existe una vacante, luego de una serie de entrevistas y pruebas ingresa a trabajar con una asignación mensual de un salario mínimo mensual legal vigente (2024) más auxilio de transporte en Colombia ($1.300.000 + $162.000), ella espera recibir y según cálculos suministrados por el DANE, un aumento anual promedio 12% efectivo anual ¿Cuánto quedara ganando ella después de 10 años vinculada a esa empresa?

Respuesta: VF = $4.540.780,081

Ejercicio 2

Problema: En una empresa del sector industrial que transforma materia prima en producto terminado y que también funciona como comercializadora de su propio producto, los registros en ventas de su producto en los últimos 3 años fueron los siguientes: en el primer año se registraron aumentos en del 20%, en el segundo año aumentos del 25% y ya en el 3er año se registraron incrementos del 30%, las ventas del año de inicio de estos registros fueron de $60.000.000. ¿la empresa quiere saber a cuánto ascienden las ventas el día de hoy?

Respuesta: VF = $117.000.000

Ejercicio 3

Problema: Un estudiante universitario del programa de Ingeniería Agroecológica invierte $5.000.000 en un fondo que paga un interés compuesto del 4% anual, pero el interés se compone trimestralmente. Después de 5 años, decide retirar parte del dinero y dejar el resto invertido por otros 3 años a la misma tasa de interés. ¿Cuánto dinero tendrá el estudiante universitario del programa Ingeniera

Agroecológica en total después de los 8 años si retira $2.000.000 al final del quinto año?

Respuesta: Monto acumulado al final de los 5 años (antes del retiro): $6.100.950,2; Capital restante después de retirar $2,000,000: $4.100.950,2; Monto total acumulado al final de los 8 años: $4.621.053,33

Por lo tanto, después de retirar $2,000,000 al final del quinto año, el estudiante del programa de Ingeniería Agroecológica obtendrá $4,621,053.33 al final de los 8 años.

Ejercicio 4

Problema: El profesor Luis Fernando necesita la suma de $23.000.000 para dentro de 8 meses para el pago de la matrícula del semestre universitario de su hija, ya que, el ICETEX presenta problemas financieros. Él, experto en el tema se acerca a una cooperativa de ahorro y crédito la cual le ofrece a una tasa de interés del 1,7% mensual para iniciar sus ahorros y lograr esa cantidad a la fecha propuesta. ¿Cuánto deberá depositar hoy para lograr su objetivo?

Respuesta: VP = $20.098.341,1

Ejercicio 5

Problema: Eylen invierte $3.000.000 en una cuenta de ahorros para poder viajar a Brasil y estudiar una maestría en la Universidad PUC Rio. Dicha entidad financiera paga un interés compuesto anual del 5%, pero este interés es capitalizado mensualmente. Después de 4 años, decide agregar $1.000.000 adicionales a su inversión para que su ahorro aumente. ¿Cuántos años en total Eylen necesitará para que su inversión crezca a $10.000.000 y poder iniciar sus estudios de maestría?

Respuesta: Entonces, el monto acumulado al cabo de los primeros 4 años (antes del aporte adicional): $3.662.691,901; Capital después de agregar $1.000.000 a los 4 años: $4.662.691,901; Tiempo adicional necesario para alcanzar $10.000.000: N_6=183,4978829 meses. Se convierte el anterior tiempo hallado a meses y quedaría: N_6=15,29149019 años. Después, se deben sumar los anteriores 4 años y sería: N_{Total}=19,29149019. Por lo tanto, Eylen necesitará aproximadamente 19 años y 4 meses.

Ejercicio 6

Problema: Una persona decide realizar una inversión en el día de hoy, destinando un capital inicial de $5.000.000. Este monto será colocado en una entidad financiera que le promete una rentabilidad acumulada. La persona está interesada en conocer el crecimiento de esta inversión al cabo de un período de 2 años y medio (30 meses).

Después de este tiempo, la inversión genera un saldo acumulado de $10.000.000, lo que refleja un aumento significativo en el capital inicial de dicha inversión. Sin embargo, el inversionista quiere calcular con exactitud cuál fue la tasa de interés que se aplicó en esta negociación para alcanzar dicho monto acumulado en el plazo mencionado. Con base en la información proporcionada, ¿cuál será la tasa de interés que registra esta negociación?

Respuesta: Iea = 31,9508%

Ejercicio 7

Problema: Los estudiantes del sexto semestre del curso de Ingeniería Económica de la Universidad de la Amazonia con la asesoría del monitor Abel Cortes toman la decisión de emprender un negocio el día de hoy, el cual promete rendir a una tasa de interés de oportunidad efectiva del 5% mensual, ¿Si el emprendimiento promete duplicar la inversión, cuánto tiempo se tomará?

Respuesta: N = 14,20669908 Meses.

Ejercicio 8

Problema: Una motocicleta XTZ 125 en el mercado comercial de Florencia Caquetá tiene un valor de $11.730.000 de contado, la persona pregunta si existe financiación en dicha entidad, la cual contesta que el único sistema de financiación es Credi Contado, que consiste en dar el 10% del valor de contado y el resto a 3 meses en pagos iguales. La persona solicita a los estudiantes expertos del curso de Ingeniería Económica que le asesore cómo le quedarían los pagos, suponiendo una tasa de interés del 3,5% mensual.

Respuesta: La persona tiene que pagar una cuota mensual de $3.768.154,147

Ejercicio 9

Problema: Yuri Daniela, estudiante de sexto semestre de Ingeniería Económica del Programa de Administración de Empresas de la Universidad de la Amazonia, una vez finalizado el curso utiliza esos conocimientos para hacer apertura de una cuenta de ahorros en el banco Bancolombia, depositando la cantidad de $20.000.000 el día 1ro de diciembre de 2024; el 1ro de mayo de 2025 espera depositar $25.250.000 y, el día 1ro de diciembre de ese mismo año se proyecta hacer un retiro por la cuarta parte del saldo existente en ese momento. ¿ella solicita saber cuál es el saldo existente en la cuenta de ahorro el 31 de diciembre de 2026, sabiendo que el dinero rendía en promedio a una tasa de interés del 14% nominal trimestre vencido durante este tiempo?

Respuesta: La señorita Yuri Daniela tendrá un valor futuro de $43.799.018,05 en su cuenta de ahorros.

Ejercicio 10

Problema: Poco Me Gusta Estudiar adquiere una obligación la cual ha decido pactar y cubrir de la siguiente forma: tres pagos de la siguiente manera, $555.000 hoy, a los 6 meses se compromete a pagar $710.000 y 25 meses después se compromete hacer otro pago por $1.280.000, el prestamista que es una entidad del sistema bancario colombiano le pacta una tasa de interés del 24% Nominal Anual Trimestre Vencido; ante la imposibilidad de pagar esa deuda por problemas económicos y financieros solicita una refinanciación de la obligación anterior, comprometiendo hacer tres pagos así: en 2 meses $300.000, en 6 meses $500.000 y un último pago a los 36 meses. Se les solicita a los estudiantes de Ingeniería Económica calcular el valor de este último pago, suponiendo que la tasa de interés que opera para esta nueva negociación es del 36% trimestre vencido.

Respuesta: X = $4.611.969,842

CONVERSIÓN DE TASAS DE INTERÉS EN COLOMBIA

3. Conversión de Tasas de Interés en Colombia

En Colombia los estudiantes de cualquier disciplina que integran o haga parte de las facultades de ciencias económicas, contables y administrativas, que en su ejercicio profesional y vocacional involucran directa e indirectamente la toma de decisiones para el mejoramiento económico financiero a nivel personal o empresarial, deben aprender a manejar uno de los temas más cruciales e importantes como lo es la conversión de tasas de interés. En virtud de lo cual, se considera un tema importante en el ámbito de los negocios, de las finanzas y la economía en general, de modo que, permite calcular y conocer a fondo los tipos de tasa de interés como lo son la tasa de interés nominal anual, ya sea, vencida o anticipada, la tasa de interés efectiva anual y la tasa de interés efectiva periódica, ya que, son tasas muy utilizadas en el Sistema Financiero Colombiano, como también, el valor equivalente de una tasa cambiando su tipo nominal, periodicidad o forma, entre otras. Cabe aclarar que, la tasa de interés nominal es aquella que esta expresada en todo negocio de carácter financiero (normalmente) y que no es la real con la que se liquidan o cancelan los intereses y, por otro lado, las tasas de interés efectivas son con la que realmente se liquidan los intereses que produce un capital ya sea de manera anual o periódica, tema que es el objetivo de este libro.

Para convertir los tipos de interés nominales en tipos de interés efectivos, se deben tener en cuenta factores como la periodicidad de capitalización y la nominalidad del tipo de interés. Existen fórmulas específicas para realizar estas conversiones. Es importante comprender la diferencia entre las tasas de interés nominales y efectivas, ya que, esto puede tener un impacto significativo en los cálculos financieros y la toma de decisiones. Es por ello que, a continuación, mencionaremos la diferente conversión de tasas de interés en Colombia: 1). De una tasa nominal anual a una tasa efectiva anual, teniendo en cuenta las capitalizaciones ya sean, vencidas o anticipadas; 2). De una tasa de interés efectiva anual a una tasa de interés nominal anual, de igual manera cuando las capitalizaciones son vencidas y anticipadas; 3).De una tasa de interés efectiva a otra tasa de interés efectiva, que en el argot financiero se conocen como periódicas entre sí, y, que con dicha formula se podrá convertir de las siguientes formas o maneras: de una tasa de interés efectiva anual a una tasa de interés efectiva periódica, de una tasa de interés efectiva periódica a una tasa de interés efectiva anual, de una tasa de interés efectiva periódica a otra tasa de interés efectiva periódica, ya con otra fórmula se harán las siguientes conversiones también importantes, de una tasa efectiva periódica anticipada a una tasa efectiva periódica vencida, por último de una tasa efectiva periódica vencida a una tasa efectiva periódica anticipada.

3.1. Clases de Tasas de Interés en Colombia

En nuestro país, el Sistema Financiero (Establecimientos de crédito, entidades de servicio financiero, compañías de financiamiento, cooperativas de carácter financiero, sociedades de capitalización, entre otras.) utilizan y aplican las siguientes tasas de interés: La tasa de interés nominal anual, la tasa de interés efectiva anual, la tasa de interés efectiva periódica (las cuales son el tema principal de estudio de este libro), la tasa de oportunidad, la tasa de interés compuesta o combinada, la tasa de inflación, la tasa de devaluación, la tasa de interés promedio ponderado, la tasa neta, la tasa real y, la tasa interna de retorno. En atención a lo cual, se estudiarán y explicarán cada una a continuación.

3.1.1. Tasa de Interés Nominal

Una de las tasas más comunes en Colombia es la tasa de interés nominal anual, esta juega un rol importante en la toma de decisiones en diversas situaciones financieras que se puedan presentar en la vida diaria de las personas. La tasa nominal anual es la que nos indica el periodo de capitalizaciones del interés por un préstamo o una inversión, así mismo si el pago de esa tasa de interés es de tiempo vencido o anticipado, es decir, a final o inicio de cada periodo.

El autor Meza (2017) define la tasa nominal como "una tasa de referencia que existe solo de nombre porque no nos determina la verdadera tasa de interés que se cobra en una operación financiera" (p.45).

Por lo tanto, la definición dada por el autor citado cuando se refiere a una tasa nominal alude a que es una tasa que no muestra realmente el costo de una inversión o un préstamo que enfrentará una persona. Es decir, la tasa nominal muestra el porcentaje (la tasa) de manera anualizada, pero no especifica la periodicidad real de los pagos o intereses. Esto implica que, aunque la tasa nominal puede dar una idea general del costo, no refleja con precisión el impacto financiero real que se experimentará en cada periodo de pago, es decir, con esta tasa el sistema bancario y demás, juegan con la ignorancia financiera de las personas, y, para uno de los autores de este libro y producto de su experiencia docente es:

Tasa que siempre esta expresada en términos anuales y casi siempre se enuncia la palabra nominal, acompañada de la periodicidad para cobrar o pagar los intereses, entiéndase por periodicidad, los días, semanas, quincenas, meses, bimestres, trimestres, cuatrimestres semestres y el mismo año, y, la forma, ya sea vencida o anticipada.

3.1.1.1 Formas de expresar la Tasa de Interés Nominal

Al abordar las formas de expresar una tasa de interés nominal anual, es fundamental entender las diferentes modalidades en las que esta puede presentarse. La tasa nominal anual puede clasificarse o pactarse en vencida o anticipada, dependiendo de cómo las partes acuerden los pagos de intereses. Esta clasificación es crucial para determinar el costo real de un préstamo o inversión al momento de la conversión, ya que, influye en la periodicidad y el cálculo de los intereses. A continuación, se explicarán en detalle cada una de estas:

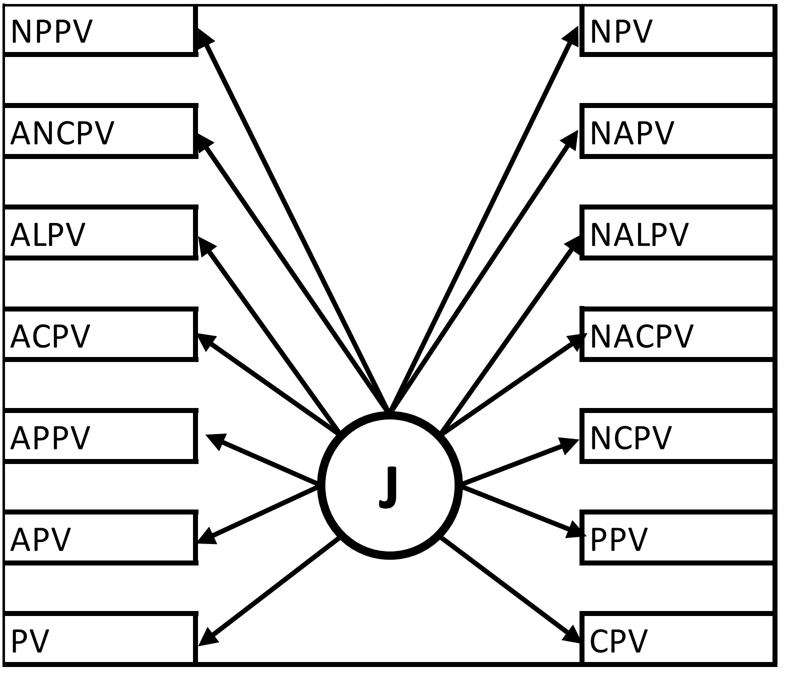
- Cuando las capitalizaciones son vencidas:

Se dice que una tasa de interés nominal anual es vencida cuando se pactan liquidar los intereses de manera vencida, es de aclarar que, el termino liquidar se refiere a la causación de los intereses mas no el pago, es decir, la sumatoria de los interese liquidados al capital inicial generando un nuevo capital, lo que se conoce en termos técnico como capitalización. Es de resaltar que, esta es la más común y utilizada por Sistema Financiero Colombiano, debido a que el SMMLV y, es de suponer que se trabaja para tener dinero y así cumplir con las obligaciones adquiridas. La notación, variable o sigla con la que seguiremos identificando la tasa nominal vencida será con la letra **J** mayúscula.

Para que el estudiante o lector apasionado de estos temas comprenda y entienda de cuándo y cómo identificar esta tasa (J), es importante considerar los diferentes "apellidos" o calificativos que pueden acompañar a la misma. Estos apellidos reflejan las condiciones específicas bajo las cuales se aplican los intereses, tales como la periodicidad de los pagos y el momento en que se calculan y, por ello, sugerimos las siguientes apreciaciones:

Figura 26

Posibles apellidos de la Tasa de Interés Nominal Vencida (J).



Fuente: *Elaboración propia.*

Las expresiones ilustradas en la figura 26 muestran de manera abreviada las distintas formas en que la tasa de interés puede identificarse, facilitando así la comprensión del estudiante sobre qué tipo de tasa se está refiriendo. Es por ello que a continuación se mencionan cada una de las anteriores alfabetizaciones y, es bueno de notar que cuando se utiliza la palabra periodo, es porque se está haciendo alusión a los días, semanas, quincenas, meses, bimestres, trimestres, cuatrimestres, semestres y el año, denotaremos algunos ejemplos:

Nominal Periodo Vencido NPV: (Nominal Día Vencido = NDV, Nominal Semana Vencida = NSV, Nominal Quincena Vencida = NQV, Nominal Mes Vencido = NMV, Nominal Bimestre Vencido = NBV, Nominal Trimestre Vencido = NTV, Nominal Cuatrimestre Vencido = NCV, Nominal Semestres Vencido = NSV).

Nominal Anual Periodo Vencido NAPV: (Nominal Anual Día Vencido = NADV, Nominal Anual Semana Vencida = NASV, Nominal Anual Quincena Vencida = NAQV, Nominal Anual Mes Vencido = NAMV, Nominal Anual Bimestre Vencido = NABV, Nominal Anual Trimestre Vencido = NATV, Nominal Anual Cuatrimestre Vencido = NACV, Nominal Anual Semestres Vencido = NASV).

Nominal Anual Liquidable o Capitalizable Periodo Vencido NALPV o NACPV: (Nominal Anual Liquidable Día Vencido = NALDV, Nominal Anual Liquidable Semana Vencida = NALSV, Nominal Anual Liquidable Quincena Vencida = NALQV, Nominal Anual Liquidable Mes Vencido = NALMV, Nominal Anual Capitalizable Bimestre Vencido = NACBV, Nominal Anual Capitalizable Trimestre Vencido = NACTV, Nominal Anual Capitalizable Cuatrimestre Vencido = NACCV, Nominal Anual Capitalizable Semestres Vencido = NACSV). De igual forma:

Nominal Capitalizable Periodo Vencido = NCPV.
Pagadero Periodo Vencido = PPV
Capitalizable Periodo Vencido = CPV
Nominal Pagadero Periodo Vencido = NPPV
Anual Nominal Capitalizable Periodo Vencido = ANCPV

Anual Liquidable Periodo Vencido = ALPV
Anual Capitalizable Periodo Vencido = ACPV
Anual Pagadero Periodo Vencido = APPV
Anual Periodo Vencido = APV y
Periodo Vencido = PV

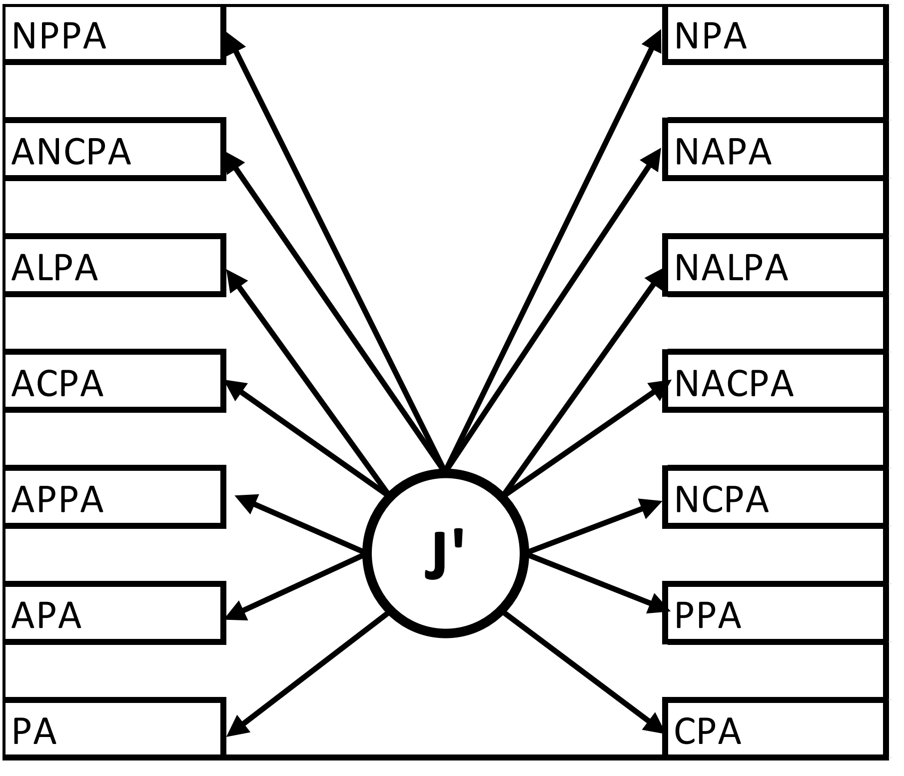
Es de resaltar que, al estudiante de estas asignaturas, se le recomienda tener conocimiento del contexto actual en los temas del portafolio de servicio en cuanto a tasas pasiva y activas (colocación y captación) del SFC, por que facilita y ayuda a la identificación de estas tasas y, obviamente al momento de la conversión para la utilización, desarrollo y solución del ejercicio o problema matemático financiero, ya que, ninguna fórmula matemática financiera funciona u opera con tasas nominales.

- Cuando las capitalizaciones son anticipadas:

Se dice que una tasa de interés nominal anual es anticipada cuando los intereses se calculan o liquidan al inicio de cada periodo, en lugar de al final. Esta es menos común a comparación con la tasa nominal vencida, y, es bueno subrayar que, en esta clase de tasas si debe de ir explicito la forma de pago de los intereses, es decir, denotar de manera escrita que es anticipa, de lo contrario se asume y presume que es vencida. La notación o variable con la que seguiremos identificando la tasa nominal anticipada será con la letra **J’** mayúscula prima, o sea, la J con un asterisco o viñeta.

Figura 27

Posibles apellidos de la Tasa Nominal Anticipada (J').



Fuente: *Elaboración propia.*

Las expresiones ilustradas en la figura 27 muestran las distintas formas de manera abreviada en que la tasa de interés puede identificarse de tal manera que el estudiante pueda comprender que tasa es. Por lo tanto, a continuación, se detallarán cada una de las notaciones establecidas en la figura, pero vale decir y recordar que cuando se utiliza la palabra periodo, es porque se está haciendo alusión a los días, semanas, quincenas, meses, bimestres, trimestres, cuatrimestres, semestres y el año, denotaremos algunos ejemplos:

Nominal Periodo Anticipado = NPA
Nominal Anual Periodo Anticipado = NAPA
Nominal Anual Liquidable Periodo Anticipado = NALPA
Nominal Anual Capitalizable Periodo Anticipado = NACPA

Nominal Capitalizable Periodo Anticipado = NCPA
Pagadero Periodo Anticipado = PPA
Capitalizable Periodo Anticipado = CPA
Nominal Pagadero Periodo Anticipado = NPPA
Anual Nominal Capitalizable Periodo Anticipado = ANCPA
Anual Liquidable Periodo Anticipado = ALPA
Anual Capitalizable Periodo Anticipado = ACPA
Anual Pagadero Periodo Anticipado = APPA
Anual Periodo Anticipado = APA y
Periodo Anticipado = PA

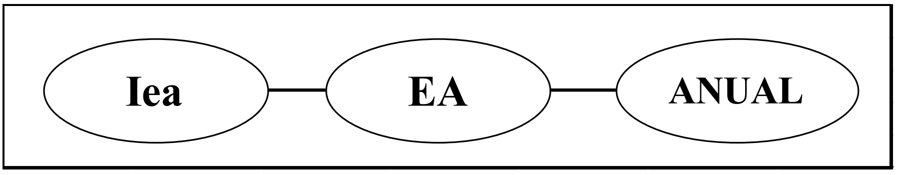
3.1.1.2. ¿Cómo un estudiante puede identificar que esa es una tasa nominal?

Para que un estudiante pueda identificar una tasa nominal anual debe tener en cuenta varias características en el momento que le indiquen la tasa de interés. Primero, observar si tiene el término de "nominal anual" por ejemplo: 24% nominal anual; Segundo, ver si de pronto menciona el periodo de capitalización, por ejemplo: 24% Trimestre, Es de resaltar que, generalmente cuando el periodo termina en "tre" se considera una tasa nominal. Tercero, observar si tiene momento de pago, es decir, si es vencido o anticipado, por ejemplo: 24% Bimestre Anticipado. Por último, tener en cuenta los posibles apellidos anteriormente mencionados ya que es una manera más fácil de comprender que tasa es.

3.1.2. Tasa de Interés Efectiva Anual (Iea)

Es la tasa de interés que realmente calcula el interés que produce un capital generalmente en un año y, es la que se aplica u opera a todas las fórmulas de la matemática financiera, es decir, la que calcula el valor real de una inversión o de un préstamo o crédito bancario. La notación o variable de la tasa de interés efectiva anual para este libro será con la letra $\boldsymbol{iEA\ o\ Iea - EA}$.

Figura 28
Posibles abreviación de la tasa de Interés Efectiva Anual.



Fuente: *Elaboración propia.*

Las expresiones ilustradas en la figura 28, muestran las diferentes maneras en que se puede abreviar y representar la tasa de interés, permitiendo al estudiante identificar y comprender de qué tipo de tasa se trata. De este modo, el estudiante puede reconocerlas como Tasa de Interés Efectiva Anual, Efectiva Anual y Anual.

3.1.2.1. ¿Cómo un estudiante puede identificar que esa es una tasa efectiva anual?

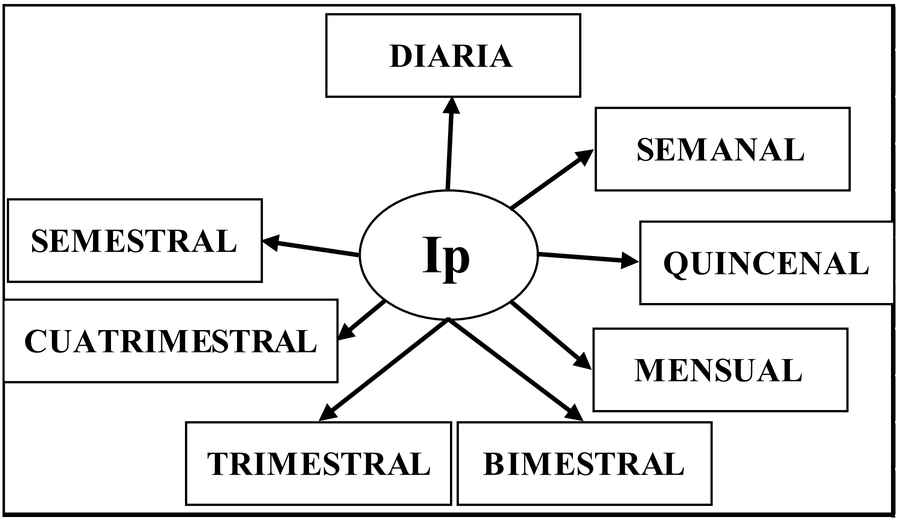
Para que un estudiante pueda identificar una tasa efectiva anual, debe prestar atención a varias características cuando se le indique la tasa de interés. Primero, debe observar si la tasa incluye términos como "IEA", "Efectiva Anual" o simplemente "anual". Por ejemplo, una tasa del 24% EA indica que es una Tasa Efectiva Anual. Además, es importante tener en cuenta los posibles "apellidos" mencionados anteriormente, ya que estos calificativos facilitan la comprensión del tipo de tasa que se está utilizando, lo cual es de suma importancia al momento de la aplicación en la formulación matemática.

3.1.3. Tasa de Interés Efectiva Periódica

La tasa de interés efectiva periódica es el verdadero valor de un préstamo o rendimiento de una inversión, pero para un periodo de tiempo diferente a un año, es decir, diario, semestral, mensual, bimestral, trimestral, cuatrimestral y semestral. La tasa efectiva periódica se identifica con las letras **Ip.**

Figura 29

Posibles apellidos de la Tasa Efectiva Periódica (Ip).



Fuente: *Elaboración propia.*

Las expresiones ilustradas en la figura 29, muestran las diferentes maneras en que la tasa de interés puede identificarse de tal manera que el estudiante pueda comprender que tasa es. Por ello, a continuación, se presentan cada una de estas notaciones de forma abreviada:

Tasa Efectiva periódica diaria **(**Ip = X diaria **o** Id = X)
Tasa Efectiva periódica semanal **(**Ip = X semanal **o** Is = X)
Tasa Efectiva periódica quincenal **(**Ip = X quincenal **o** Iq = X)
Tasa Efectiva periódica mensual **(**Ip = X mensual **o** Im = X)
Tasa Efectiva periódica bimestral **(**Ip = X bimestral **o** Ib = X)
Tasa Efectiva periódica trimestral **(**Ip = X trimestral **o** It = X)
Tasa Efectiva periódica cuatrimestral **(**Ip = X cuatrimestral **o** Ic = X) y
Tasa Efectiva periódica semestral **(**Ip = X Semestral **o** IS = X).

3.1.3.1. ¿Cómo un estudiante puede identificar que esa es una tasa efectiva periódica?

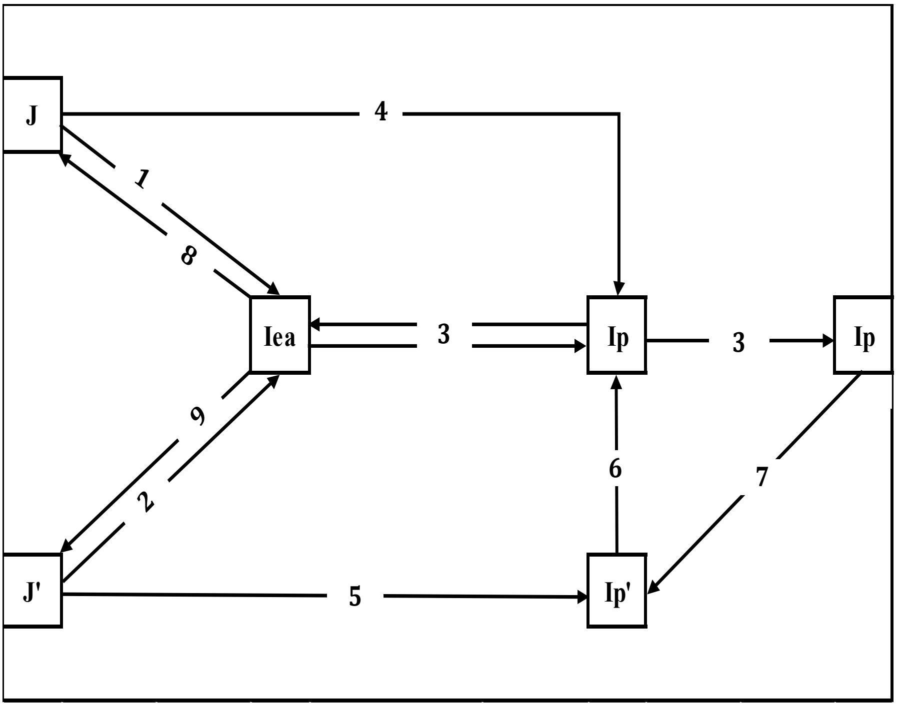
Para que un estudiante pueda identificar una tasa efectiva periódica, debe prestar atención a varias características cuando se le indique la tasa de interés. Es fundamental que el estudiante observe el número de capitalizaciones, lo que implica tener en cuenta los posibles apellidos anteriormente mencionados ya que es una manera más fácil de comprender que tasa es e identificar la periodicidad de la tasa y su magnitud, ejemplo, se tiene una tasa de interés del 3% mensual, o sea, se está hablando de una tasa de interés efectiva períoca mensual (Ip = 3% Mensual o Im = 3%). Es importante resaltar que, casi siempre la terminación de estas tasas va ser en AL, como se puede evidenciar en la tabla no. 2 o en la explicación de la misma.

3.2. Conversión de Tasas de Interés

El proceso de conversión de tasa de interés implica transformar una tasa de interés de un periodo específico a otro, como convertir una tasa nominal anual a una tasa efectiva mensual o viceversa. En la figura 30 se ilustran los posibles caminos (métodos) que un estudiante puede utilizar para convertir la tasa de interés que servirá para la toma de decisiones ya sea, a nivel de inversión o de financiación.

Figura 30

Diagrama de conversión de tasas de interés.



Fuente: *Elaboración propia.*

3.2.1. De una tasa de interés nominal anual (J) a una tasa de interés efectiva anual (Iea)

3.2.1.1. Cuando las capitalizaciones son vencidas.

$$J \rightarrow Iea$$

Por lo general, para que un estudiante pueda confirmar que el resultado de la conversión de tasas es correcto, la tasa de interés nominal anual (J) debe ser menor que la tasa de interés efectiva anual (iEA o Iea). Es decir, la iEA debe ser mayor que J. Se utiliza la siguiente formula:

Tabla 10

Formula 1 para convertir tasas de interés.

Fórmula 1
$$Iea = \left[1 + \frac{J}{m}\right]^{m} - 1$$

Fuente: *Elaboración propia.*

3.2.1.2 Cuando las capitalizaciones son anticipadas.

$$J' \rightarrow Iea$$

La fórmula para convertir una tasa nominal anual anticipada en una tasa efectiva anual es la siguiente:

Tabla 11

Formula 2 para convertir tasas de interés.

Fórmula 2
$$Iea = \left[1 - \frac{J'}{m}\right]^{-m} - 1$$

Fuente: *Elaboración propia.*

Donde:

- **J':** Es la tasa nominal anual anticipada
- **m:** Nomenclatura del número de capitalizaciones de la tasa nominal en el año.

3.2.2. Conversión de tasas efectivas entre sí

3.2.2.1. De una tasa de interés efectiva anual (Iea) a una tasa de interés efectiva periódica (Ip).

$$Iea \rightarrow Ip$$

3.2.2.2. De una tasa de interés efectiva periódica (Ip) a una tasa de interés efectiva anual (Ip).

$$Ip \rightarrow Iea$$

3.2.2.3. De una tasa de interés efectiva periódica (Ip) a una tasa de interés efectiva periódica (Ip)

$$Ip \rightarrow Ip$$

Tabla 12

Formula 3 para convertir tasas efectivas entre sí.

Fórmula 3
$\boldsymbol{Ip = (1 + Iea)^{N} - 1}$

Fuente: *Elaboración propia.*

Donde:

- $\boldsymbol{Ip}$: Es la tasa efectiva periódica vencida.
- $\boldsymbol{Iea}$: Es la tasa de interés efectiva anual expresada en la formula como decimal.

La única fórmula donde N no equivale al tiempo es la fórmula 3. Para entender bien la razón, se le invita al lector revisar el capítulo dos del libro. A rasgos generales, $N = \frac{Tasa\ desconocida}{Tasa\ conocida}$ el estudiante se debería preguntar, ¿cuántos meses tiene esa tasa? Para así darle respuesta, es decir, dependiendo la manera en cómo se capitaliza así mismo se escribe, pero en número de meses que tiene esa tasa.

3.2.3. De una tasa de interés nominal anual vencida (J) a una tasa de interés efectiva periódica vencida (ip)

$$J \rightarrow Ip$$

Tabla 13

Formula 4 para convertir una J→ip

Fórmula 4
$\boldsymbol{Ip = \frac{J}{m}}$

Fuente: *Elaboración propia.*

3.2.4. De una tasa de interés nominal anual anticipada (J') a una tasa de interés efectiva periódica anticipada (Ip')

$$J' \rightarrow Ip'$$

Tabla 14

Formula 5 para convertir una J'→Ip'

Fórmula 5
$\boldsymbol{Ip' = \frac{J'}{m}}$

Fuente: *Elaboración propia.*

3.2.5. De una tasa de interés efectiva periódica anticipada (Ip’) a una tasa de interés efectiva periódica vencida (Ip)

$$Ip' \to Ip$$

Para convertir una tasa efectiva periódica anticipada a una tasa efectiva periódica vencida, se puede utilizar la siguiente fórmula:

Tabla 15

Formula 6 para convertir una Ip’→Ip

Fórmula 6
$$Ip = \frac{Ip'}{1 - Ip'}$$

Fuente: *Elaboración propia.*

Donde:

Ip'**:** Es la tasa efectiva periódica anticipada.

Es importante tener en cuenta que esta fórmula supone que la tasa de interés se aplica una vez al inicio del período y que no hay reinversión de intereses durante el período. Además, es fundamental utilizar la misma unidad de tiempo para ambas tasas (por ejemplo, si la tasa anticipada es mensual, la tasa vencida también debe ser mensual).

3.2.6. De una tasa de interés efectiva periódica vencida (Ip) a una tasa de interés efectiva periódica anticipada (Ip')

$$Ip \rightarrow Ip'$$

Para convertir una tasa efectiva periódica vencida a una tasa efectiva periódica anticipada, se puede utilizar la siguiente fórmula:

Tabla 16

Formula 7 para convertir una Ip→Ip'

Fórmula 7
$Ip' = \dfrac{Ip}{1 + Ip}$

Fuente: *Elaboración propia.*

3.2.7. De una tasa de interés efectiva anual (Iea) a una tasa de interés nominal anual vencida (J)

$$Iea \rightarrow J$$

Tabla 17

Formula 8 para convertir una Iea→J

Fórmula 8
$J = m\left[(1 + Iea)^{\frac{1}{m}} - 1\right]$

Fuente: *Elaboración propia.*

3.2.8. De una tasa de interés efectiva anual (Iea) a una tasa de interés nominal anual anticipada (J')

$$Iea \rightarrow J'$$

Tabla 18

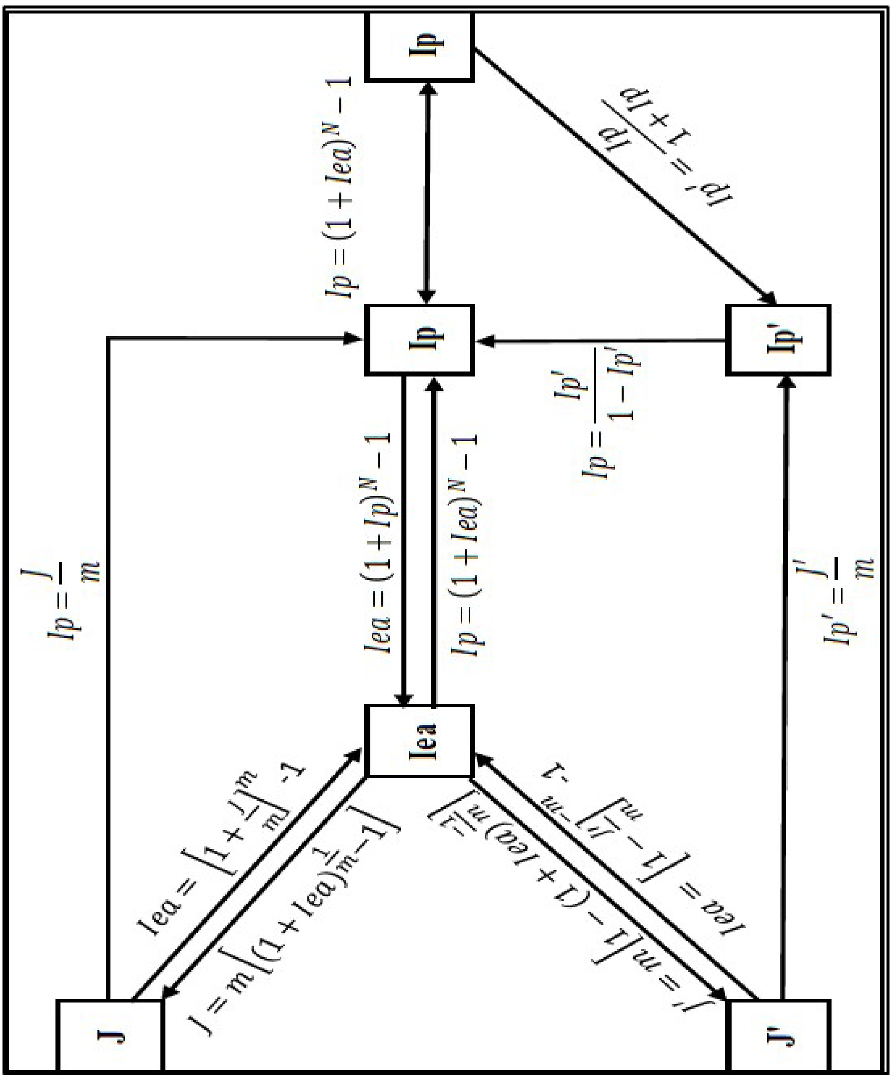
Formula 9 para convertir una Iea→J'

Fórmula 9
$J' = m\left[1 - (1 + Iea)^{\frac{-1}{m}}\right]$

Fuente: *Elaboración propia.*

El diagrama presentado en la figura 30 muestra las diferentes formas en que un estudiante puede convertir la tasa de interés según sus necesidades específicas. Este gráfico ha sido diseñado para que el estudiante, de manera resumida y práctica, pueda aplicar las fórmulas correspondientes y tener una referencia visual clara. Además, el diagrama es ideal para ser impreso y utilizado como una herramienta de consulta rápida durante sus estudios. Véase a continuación:

Figura 31
Diagrama de conversión de tasas de interés con fórmulas.



Fuente: *Elaboración propia.*

3.2.9. Ejemplos Prácticos

Ejemplo práctico 1 para entender la conversión de tasas de interés:

Como dice el maestro García (2000): "Se dice que dos tasas son equivalentes cuando ambas, operando en condiciones diferentes producen el mismo resultado" tasas son equivalentes cuando ambas, operan en condiciones diferentes, pero que producen el mismo resultado" (pag.74). Es por eso que, se plantea el siguiente ejemplo práctico:

A partir de una tasa de interés nominal anual mes vencido del 36% (NAMV), hallar las tasas existentes equivalentes efectivas entre sí:

a. Im = Efectiva mensual.
b. Id = Efectiva diaria.
c. Iq = Efectiva quincenal.
d. Ib = Efectiva bimestral.
e. It = Efectiva trimestral.
f. Ic = Efectiva cuatrimestral.
g. Is = Efectiva semestral.
h. Iea = Efectiva anual.
i. J= Nominal Anual Diaria Vencida.
j. J= Nominal Anual Mes Vencida.
k. J= Nominal Anual Quincenal Vencida.
l. J= Nominal Anual Bimestre Vencido.
m. J= Nominal Anual Trimestre Vencido.
n. J= Nominal Anual Cuatrimestre Vencido.
o. J= Nominal Anual Semestre Vencido.
p. J'= Trimestre Anticipado.

Para tener en cuenta:

Se recomienda al estudiante o estudioso de estos temas manejar un orden para no confundir el proceso y hallar de manera correcta la conversión de cada tasa.

Solución:

a. Identificar la tasa de origen y formularse la siguiente pregunta: ¿Existe fórmula para convertir una tasa de interés nominal anual capitalizable mes vencido (J) a una tasa de interés efectiva periódica mensual (Ip = 3% mensual)? la respuesta a esta pregunta es que, si, se utilizaría la formula número cuatro de este capítulo llamada la formula rápida o la formula número uno, acompañada de la formula número tres, como se puede ver en la representación que se hace al final de este párrafo, donde se explica el recorrido real y lógico que se debe hacer cuando se tiene una tasa de interés nominal anual, para luego llegar a una tasa de interés efectiva anual, e inmediatamente llegar a su mínima expresión que sería la tasa efectiva periódica.

$$J \rightarrow Iea \rightarrow Ip \quad \text{ó} \quad J \rightarrow IpJ \rightarrow Ip$$

Para darle solución a la pregunta problema utilizaremos la siguiente formula 4:

$$Ip = \frac{J}{m}$$

$$Ip = \frac{0{,}36}{12} = 0{,}03 \approx 3\%\, Mensual$$

Respuesta: La tasa de interés efectiva periódica Ip = 3% mensual es la tasa equivalente al 36% NAMV, es de aclarar que, es de la forma rápida. Luego, se hará de la forma larga: $J \rightarrow Iea \rightarrow Ip$ para demostrarle al estudiante que sin importar la ruta que elija, su resultado debe ser el mismo siempre y cuando aplique de manera correcta la formulación matemática.

b. Luego de hallar la tasa de interés efectiva periódica (Ip) le recomendamos formularse la siguiente pregunta: ¿Existe fórmula para convertir una tasa de interés nominal anual capitalizable mes vencido (J) a una tasa de interés efectiva anual (Iea)

$$Iea = \left[1 + \frac{J}{m}\right]^{m} - 1$$

$$Iea = \left[1 + \frac{0{,}36}{12}\right]^{12} - 1 = 0{,}425760886 \approx 42{,}57608868\%$$

Respuesta: La tasa de interés efectiva anual (Iea) = 42,57608868% es la tasa equivalente al 36% NAMV.

Entonces, hasta este punto de manera implícita se ha hallado la tasa de interés efectiva anual para poder hallar la tasa de interés efectiva periódica (ip) y constatar el anterior resultado.

El paso siguiente será la conversión de una tasa efectiva anual a su efectiva periódica con la formula número 3 $(Iea \rightarrow Ip)$, donde matemáticamente la N no equivale al tiempo, si no, que equivale a $N = \frac{Tasa\ desconocida}{Tasa\ conocida}$ y, donde nos preguntamos para su correcta operación ¿Cuántos meses tienen esas tasas? Donde la tasa desconocida o que se quiere conocer es 1, porque es el número de meses que tiene un mes y, la tasa conocida será de 12, porque es una tasa efectiva anual, es decir, el número de meses que tiene el año.

$$Ip = (1 + Iea)^{N} - 1$$

$$Im = (1 + 0{,}425760886)^{\frac{1}{12}} - 1 = 2{,}999999995\ \% \approx 3\%\ Mensual$$

Respuesta: Se puede evidenciar que de la manera larga o utilizando el proceso lógico se obtiene el mismo resultado de una tasa de interés del 3% mensual, es por esto que, el estudiante tiene que tener un buen nivel en cuanto a lectura critica para saber cuál de los dos procesos aplica.

c. Identificar la tasa de origen y formularse la siguiente pregunta: ¿Existe fórmula para convertir una tasa de interés efectiva anual (Iea) a una tasa de interés efectiva periódica diaria (Id)? la respuesta es que, si, se utilizaría la formula número tres de este capítulo porque esta es una formula general que se adapta a los tiempos del año, donde para este caso, la tasa desconocida o que se quiere conocer es 1, porque es el número de días que tiene un día y, la tasa conocida será de 360, porque es el número capitalizaciones en días que tiene el año, como se puede ver a continuación:

$$Id = (1 + Iea)^{N} - 1$$

$$Id = (1 + 0{,}425760886)^{\frac{1}{360}} - 1 = 0{,}000985778 \approx 0{,}098577896\% \; Efectiva\, diaria$$

Respuesta: Se puede evidenciar que de la tasa efectiva anual del 42,57608868% (EA) se obtiene su equivalencia de 0,098577896% efectiva diaria.

De acuerdo con el orden previamente establecido, las tasas a calcular faltante se derivan de la tasa de interés efectiva anual previamente determinada.

d. Identificar la tasa de origen y formularse la siguiente pregunta: ¿Existe fórmula para convertir una tasa de interés efectiva anual (Iea) a una tasa de interés efectiva periódica quincenal (Iq)? la respuesta es que, si, se utilizaría la formula número tres de este capítulo, donde la tasa desconocida o que se quiere conocer es 1, porque es el número de quincenas que tiene una quincena y la tasa conocida será de 24, porque es el número de quincenas que tiene el año debido a que la tasa de interés está en efectiva anual, como se puede ver a continuación:

$$Iq = (1 + Iea)^{N} - 1$$

$$Iq = (1 + 0{,}425760886)^{\frac{1}{24}} - 1 = 0{,}014889156 \approx 1{,}488915648\% \; Efectiva\, quincenal$$

Respuesta: Se puede observar que, tomando como tasa de referencia la efectiva anual del 42,57608868%, se obtuvo su equivalente del 1,488915648% efectiva quincenal.

e. Identificar la tasa de origen y formularse la siguiente pregunta: ¿Existe fórmula para convertir una tasa de interés efectiva anual (Iea) a una tasa de interés efectiva periódica bimestral (Ib)? la respuesta es que, si, se utilizaría la formula número tres de este capítulo, donde la tasa desconocida o que se quiere conocer es 2, porque es el número de meses que tiene un bimestre y la tasa conocida será de 12, porque es el número de meses que tiene el año debido a que la tasa de interés está en efectiva anual, como se puede ver a continuación:

$$Ib = (1 + Iea)^{N} - 1$$

$$Ib = (1 + 0{,}425760886)^{\frac{2}{12}} - 1 = 0{,}060899999 \approx 6{,}08999999\%\ Efectiva\ bimestral$$

Respuesta: Tomando como tasa de referencia la efectiva anual del 42,57608868%, se obtuvo su equivalente del 6,08999999% efectiva bimestral.

f. Identificar la tasa de origen y formularse la siguiente pregunta: ¿Existe fórmula para convertir una tasa de interés efectiva anual (Iea) a una tasa de interés efectiva periódica trimestral (It)? la respuesta es que, si, se utilizaría la formula número tres de este capítulo, donde la tasa desconocida o que se quiere conocer es 3, porque es el número de meses que tiene un trimestre y la tasa conocida será de 12, porque es el número de meses que tiene el año debido a que la tasa de interés está en efectiva anual, como se puede ver a continuación:

$$It = (1 + Iea)^{N} - 1$$

$$It = (1 + 0{,}425760886)^{\frac{3}{12}} - 1 = 0{,}09272699 \approx 9{,}272699984\%\ Efectiva\ trimestral$$

Respuesta: Se puede evidenciar que de la tasa efectiva anual del 42,57608868% (EA) se obtiene su equivalencia de 9,272699984% efectiva trimestral.

g. Identificar la tasa de origen y formularse la siguiente pregunta: ¿Existe fórmula para convertir una tasa de interés efectiva anual (Iea) a una tasa de interés efectiva periódica cuatrimestral (Ic)? la respuesta es que, si, se utilizaría la formula número tres de este capítulo, donde la tasa desconocida o que se quiere conocer es 4, porque es el número de meses que tiene un cuatrimestre y la tasa conocida será de 12, porque es el número de meses que tiene el año debido a que la tasa de interés está en efectiva anual, como se puede ver a continuación:

$$Ic = (1 + Iea)^{N} - 1$$

$$Ic = (1 + 0{,}425760886)^{\frac{4}{12}} - 1 = 0{,}125508809 \approx 12{,}55088098\% Efectiva\ cuatrimestral$$

Respuesta: Se puede observar que, tomando como tasa de referencia la efectiva anual del 42,57608868%, se obtuvo su equivalente del 12,55088098% efectiva cuatrimestral.

h. Identificar la tasa de origen y formularse la siguiente pregunta: ¿Existe fórmula para convertir una tasa de interés efectiva anual (Iea) a una tasa de interés efectiva periódica semestral (Is)? la respuesta es que, si, se utilizaría la formula número tres de este capítulo, donde la tasa desconocida o que se quiere conocer es 6, porque es el número de meses que tiene un semestre y la tasa conocida será de 12, porque es el número de meses que tiene el año debido a que la tasa de interés debido a que la tasa de interés está en efectiva anual, como se puede ver a continuación:

$$Is = (1 + Iea)^{N} - 1$$

$$Is = (1 + 0{,}425760886)^{\frac{6}{12}} - 1 = 0{,}194052296 \approx 19{,}40522962\% Efectiva\ semestral$$

Respuesta: Tomando como tasa de referencia la efectiva anual del 42,57608868%, se obtuvo su equivalente del 19,40522962% efectiva semestral.

i. Identificar la tasa de origen y formularse la siguiente pregunta: ¿Se puede convertir una tasa de interés efectiva periódica diaria (Id) a una tasa de interés nominal anual diaria vencido (NADV)? la respuesta es que, si, dado que la tasa de interés que se tiene y que se quiere hallar tiene la misma periodicidad por lo tanto lo único que se debe hacer es multiplicar por el número de días que tiene dicha tasa en el año, en este caso como es diaria será por 360 días, como se puede ver a continuación:

$$J = 0{,}000985778 \ x \ 360 = 0{,}35488008 \approx 35{,}488008\% \ NADV$$

Respuesta: Se puede observar que, tomando la tasa del 0,098577896% efectiva diaria se obtuvo su equivalente del 35,488008% NADV.

j. Identificar la tasa de origen y formularse la siguiente pregunta: ¿Se puede convertir una tasa de interés efectiva periódica mensual (Im) a una tasa de interés nominal anual mes vencido (NAMV)? la respuesta es que, si, dado que la tasa de interés que se tiene y que se quiere hallar tiene la misma periodicidad por lo tanto lo único que se debe hacer es multiplicar por el número de meses que tiene dicha tasa en el año, en este caso como es mensual será por 12 meses, como se puede ver a continuación:

$$J = 0{,}03 \ x \ 12 = 0{,}36 \approx 36\% \ NAMV$$

Respuesta: Se puede evidenciar que de la tasa efectiva periódica mensual del 3% (Im) se obtiene su equivalencia de 36% (NAMV)

k. Identificar la tasa de origen y formularse la siguiente pregunta: ¿Se puede convertir una tasa de interés efectiva periódica quincenal (Iq) a una tasa de interés nominal anual quincenal vencido (NAQV)? la respuesta es que, si, dado que la tasa de interés que se tiene y que se quiere hallar tiene la misma periodicidad por lo tanto lo único que se debe hacer es multiplicar por el número de quincenas que tiene dicha tasa en el año, en este caso como es quincenal será por 24 quincenas, como se puede ver a continuación:

$$J = 0{,}014889156\ x\ 24 = 0{,}357339744 \approx 35{,}7339744\ \%\ NAQV$$

Respuesta: Tomando como tasa de referencia la efectiva periódica quincenal del 1,488915648% se obtuvo su equivalente del 35,7339744% NAQV.

l. Identificar la tasa de origen y formularse la siguiente pregunta: ¿Se puede convertir una tasa de interés efectiva periódica bimestral (Ib) a una tasa de interés nominal anual bimestre vencido (NABV)? la respuesta es que, si, dado que la tasa de interés que se tiene y que se quiere hallar tiene la misma periodicidad por lo tanto lo único que se debe hacer es multiplicar por el número de bimestres que tiene dicha tasa en el año, en este caso como es bimestral será por 6 bimestres, como se puede ver a continuación:

$$J = 0{,}060899999x\ 6 = 0{,}365399994 \approx 36{,}5399994\ \%\ NABV$$

Respuesta: Se puede observar que, tomando la tasa del 6,08999999% efectiva bimestral se obtuvo su equivalente del 36,5399994% NABV

m. Identificar la tasa de origen y formularse la siguiente pregunta: ¿Se puede convertir una tasa de interés efectiva periódica trimestral (It) a una tasa de interés nominal anual trimestre vencido (NATV)? la respuesta es que, si, dado que la tasa de interés que se tiene y que se quiere hallar tiene la misma periodicidad por lo tanto lo único que se debe hacer es multiplicar por el número de trimestres que tiene dicha tasa en el año, en este caso como es trimestral será por 4 trimestres, como se puede ver a continuación:

$$J = 0{,}09272699\ x\ 4 = 0{,}37090796 \approx 37{,}090796\ \%\ NATV$$

Respuesta: Tomando como tasa de referencia la efectiva periódica trimestral del 9,272699984% se obtuvo su equivalente del 37,090796% NATV

n. Identificar la tasa de origen y formularse la siguiente pregunta: ¿Se puede convertir una tasa de interés efectiva periódica cuatrimestral (Ic) a una tasa de interés nominal anual cuatrimestre vencido (NACV)? la respuesta es que, si, dado que la tasa de interés que se tiene y que se quiere hallar tiene la misma periodicidad por lo tanto lo único que se debe hacer es multiplicar por el número de cuatrimestres que tiene dicha tasa en el año, en este caso como es cuatrimestral será por 3 cuatrimestres, como se puede ver a continuación:

$$J = 0{,}125508809\ x\ 3 = 0{,}376526427 \approx 37{,}6526427\ \%\ NACV$$

Respuesta: Se puede evidenciar que de la tasa efectiva periódica cuatrimestral del 12,55088098% (Ic) se obtiene su equivalencia de 37,6526427% (NACV)

o. Identificar la tasa de origen y formularse la siguiente pregunta: ¿Se puede convertir una tasa de interés efectiva periódica semestral (Is) a una tasa de interés nominal anual semestre vencido (NASV)? la respuesta es que, si, dado que la tasa de interés que se tiene y que se quiere hallar tiene la misma periodicidad por lo tanto lo único que se debe hacer es multiplicar por el número de semestres que tiene dicha tasa en el año, en este caso como es semestral será por 2 semestres, como se puede ver a continuación:

$$J = 0{,}194052296\ x\ 2 = 0{,}388104592 \approx 38{,}8104592\ \%\ NASV$$

Respuesta: Se puede observar que, tomando la tasa del 19,40522962% efectiva semestral se obtuvo su equivalente del 38,8104592% NASV.

p. Identificar la tasa de origen y formularse la siguiente pregunta: ¿Se puede convertir una tasa de interés efectiva periódica trimestral (It) a una tasa de interés nominal anual trimestre anticipado (NATA)? la respuesta a esta pregunta es que, si, se utilizaría la formula número tres de este capítulo, acompañada de la formula número nueve, como se puede ver en la representación que se hace al final de este párrafo, donde se explica el recorrido real y lógico que se debe hacer cuando se tiene una tasa de interés efectiva periódica, para luego llegar a una tasa de interés efectiva anual, e inmediatamente llegar a la tasa nominal anual trimestre anticipado.

$$Ip \rightarrow Iea \rightarrow J'$$

Para darle solución a la pregunta problema utilizaremos la fórmula 3:

$$Iea = (1 + Ip)^{N} - 1$$

$$Iea = (1 + 0{,}09272699)^{\frac{12}{3}} - 1 = 0{,}425760834 \approx 42{,}57608347\%\ Efectiva\ anual$$

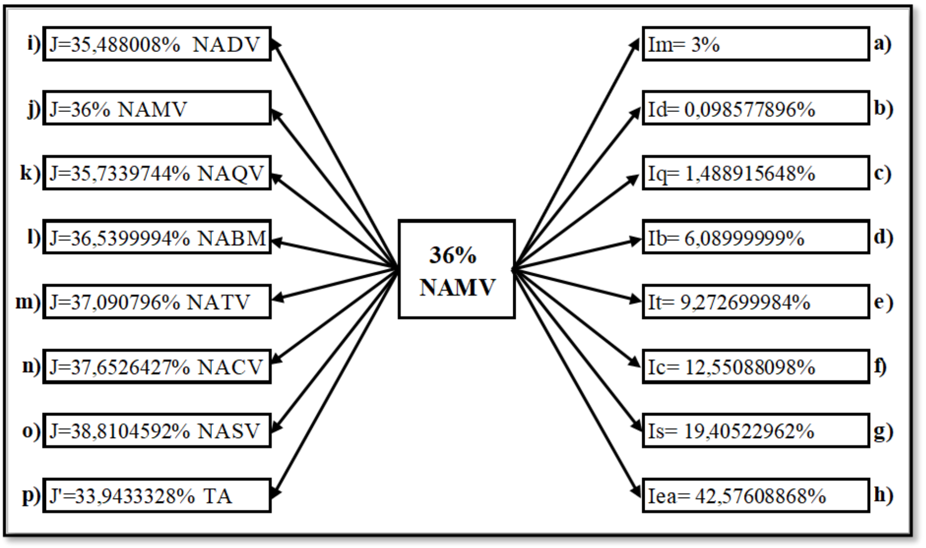
El paso siguiente será la conversión de una tasa efectiva anual a su tasa nominal anual trimestre anticipado con la formula número 9 $(Iea \rightarrow J')(Iea \rightarrow J')$.

$$J' = m\left[1 - (1 + Iea)^{\frac{-1}{m}}\right]$$

$$J' = 4\left[1 - (1 + 0{,}425760834)^{\frac{-1}{4}}\right] = 0{,}339433328 \approx 33{,}9433328\%\ NATA$$

Respuesta: Se puede evidenciar que de la tasa efectiva periódica trimestral del 9,272699984% se obtiene su equivalente del 33,9433328% Nominal anual trimestre anticipado.

Figura 32
Resultados de las tasas de interés para el ejemplo práctico 1.



Fuente: *Elaboración propia.*

Ejemplo práctico 2 para entender la conversión de tasas de interés:

Teniendo una tasa de interés nominal anual capitalizable mes anticipado del 17,4367% (NACMA), hallar su tasa mensual equivalente.

Solución:

a. Identificar la tasa de origen y formularse la siguiente pregunta: ¿Existe fórmula para convertir una tasa de interés nominal anual capitalizable mes anticipado (J') a una tasa de interés efectiva periódica mensual (Ip = 3% mensual)? la respuesta es que, si, se utilizaría la formula número dos de este capítulo, acompañada de la tres; o, la formula número cinco, acompañada de la formula número seis, como se puede ver a continuación.

$$J' \rightarrow Iea \rightarrow Ip \quad \text{ó} \quad J' \rightarrow Ip' \rightarrow Ip$$

Para darle solución a la pregunta problema utilizaremos la fórmula 5, que también la llamaremos la forma rápida:

$$Ip' = \frac{J'}{m}$$

$$Ip' = \frac{0{,}174367}{12} = 0{,}014530583 \approx 1{,}453058333\ \%\ Mensual\ Anticipada$$

El paso siguiente será la conversión de una tasa efectiva periódica anticipada a su efectiva periódica vencida con la formula número 6 $(Ip' \rightarrow Ip)$.

$$Ip = \frac{Ip'}{1 - Ip'}$$

$$Ip = \frac{0{,}014530583}{1 - 0{,}014530583} = 0{,}014744834 \approx 1{,}4744834\ \%\ Mensual\ Vencida$$

Respuesta: Por la primera forma se obtiene una tasa de interés del 1,474483403% mensual vencida equivalente al 17,4367% NACMA, Luego, se hará de la otra forma:

$$J' \rightarrow Iea \rightarrow Ip$$

$$Iea = \left[1 - \frac{J'}{m}\right]^{-m} - 1$$

$$Iea = \left[1 - \frac{0{,}174367}{12}\right]^{-12} - 1 = 0{,}192016289 \approx 19{,}20162895\%$$

El paso siguiente será la conversión de una tasa efectiva anual a su efectiva periódica con la formula número 3 $(Iea \rightarrow Ip)$

$$Ip = (1 + Iea)^{N} - 1$$

$$Im = (1 + 0{,}192016289)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0{,}014744834 \approx 1{,}4744834\%\ Mensual\ Vencida$$

Para concluir este punto, el estudiante o lector puede evidenciar que, al resolver el problema de cualquiera de las dos formas, siempre va a obtener el mimo resultado.

Ejemplo práctico 3 para entender la conversión de tasas de interés:

Partiendo de una tasa de interés periódica efectiva mensual vencida del 1,4744834%, hallar su tasa efectiva mensual anticipada y su nominal anual anticipada equivalente:

Solución:

a. Identificar la tasa de origen y formularse la siguiente pregunta: ¿Se puede convertir una tasa de interés periódica efectiva mensual vencida (Ip) a una tasa de interés efectiva mensual periódica anticipada (Ip') y su nominal anticipada (J')? la respuesta es que, si, se utilizaría la formula número siete de este capítulo, y la numero cinco, pero haciendo sus respectivos despejes, como se puede denotar a continuación.

$$Ip \rightarrow Ip' \rightarrow J'$$

$$Ip' = \frac{Ip}{1 + Ip}$$

$$Ip' = \frac{0{,}014744834}{1 + 0{,}014744834} = 0{,}014530582 \approx 1{,}453058297\%\ \textit{Mensual Anticipada}$$

El paso siguiente será la conversión de la tasa efectiva periódica anticipada a su equivalente nominal anual capitalizable mes anticipado partiendo de la formula número cinco, $(Ip' \rightarrow J')$.

$$Ip' = \frac{J'}{m}$$

$$J' = Ip'\ x\ m$$

$$J' = 0{,}014530582\ x\ 12 = 0{,}174366984\ \approx 17{,}4366984\%\ NACMA$$

En conclusión, se puede evidenciar que, resolviendo el ejercicio anterior de la misma manera, pero inversamente, es decir, partiendo de (Ip) para llegar (J') el resultado que se obtiene será el mismo.

Ejemplo práctico 4 para entender la conversión de tasas de interés:

Partiendo de una tasa de interés efectiva anual del 42,57608868%, hallar su tasa nominal anual capitalizable mes vencido equivalente:

a. Identificar la tasa de origen y formularse la siguiente pregunta: ¿Se puede convertir una tasa de interés efectiva anual (Iea) a una tasa de interés nominal anual capitalizable mes vencido (J)? Si, con la formula número ocho de este capítulo:

$$Iea \rightarrow J$$

$$J = m\left[(1 + Iea)^{\frac{1}{m}} - 1\right]$$

$$J = 12\left[(1 + 0{,}425760886)^{\frac{1}{12}} - 1\right] = 0{,}359999988 \approx 36\%\ NACMV$$

Respuesta: Tomado como tasa de referencia la efectiva anual del 42,57608868%, se obtuvo su equivalente en términos nominales anuales con capitalización mes vencido del J=36% (NACMV).

1. Partiendo de una tasa de interés efectiva anual del 19,20162895%, hallar su tasa nominal anual capitalizable mes anticipado equivalente:

a. Identificar la tasa de origen y formularse la siguiente pregunta: ¿Se puede convertir una tasa de interés efectiva anual (Iea) a una tasa de interés nominal anual capitalizable mes anticipado (J')? Si, con la formula número nueve de este capítulo:

$$Iea \rightarrow J'$$

$$J' = m\left[1 - (1 + Iea)^{\frac{-1}{m}}\right]$$

$$J' = 12\left[1 - (1 + 0{,}192016289)^{\frac{-1}{12}}\right] = 0{,}174366996 \approx 17{,}4366996\%\ NACMA$$

Respuesta: Se puede evidenciar que de la tasa efectiva anual del 19,20162895% se obtiene su equivalente de 17,4366996% NACMA.

3.2.10. Aplicación en Excel para Convertir Tasas de Interés

Haciendo uso del modelaje financiero, los autores han diseñado una calculadora en Excel **(Anexo A)** que permite simular de manera fácil la conversión de tasas de interés. Esta herramienta es útil para estudiantes y cualquier lector que así lo desee, ya que facilita el cálculo de las tasas de interés nominales, efectivas y periódicas. Se ha simulado dos posibles escenarios para la conversión de tasas de interés, el primero, cuando las capitalizaciones son vencidas (ver figura 33) y el segundo, cuando las capitalizaciones son anticipadas (ver figura 34).

En la figura 33 y 34 se presenta la calculadora para convertir diferentes tasas de interés cuando las capitalizaciones son vencidas y anticipadas. Para el diseño de la herramienta, se han incluido las siguientes variables: tasa de interés nominal anual, tasa de interés efectiva anual, tasa de interés efectiva periódica y; dependiendo la tasa que se desea hallar, su frecuencia de capitalización. Para la frecuencia de capitalización, el lector o estudiante puede recordar los conceptos en el capítulo dos, página 47 del presente libro, el cual establece que la periodicidad y frecuencia de capitalización al año pueden ser:

Año = 1
Semestre = 2
Cuatrimestre = 3
Trimestre = 4
Bimestre = 6
Mes = 12
Quincena = 24
Semana = 52
Día= 365

Es necesario recalcar que, la frecuencia de capitalización se refiere al número de veces que los intereses se acumulan durante un año para una determinada periodicidad de tiempo. Por esta razón, en la celda destinada a la frecuencia de capitalización, el lector o estudiante encontrará una lista desplegable que contiene las opciones correspondientes a las diferentes frecuencias de capitalización.

Se recomienda al lector o estudiante seleccionar correctamente la periodicidad en función de la tasa que desea calcular. Por ejemplo, si la periodicidad de capitalización de la tasa corresponde a un mes, la frecuencia anual será 12; en este caso, deberá elegir el número 12. De manera similar, se debe realizar según el ejercicio o cálculo de la tasa, adaptándose a la periodicidad del tiempo expresada en números. Lo anterior se debe tener en cuenta en ambas calculadoras, ya que, independientemente de la simulación de conversión vencida o anticipada, el número de frecuencia de capitalizaciones no cambia.

En cuanto al cálculo de la tasa deseada, se ha definido que, a partir de una tasa de interés nominal anual vencida **(J)** o anticipada **(J')** con su frecuencia de capitalización es posible obtener automáticamente la tasa de interés efectiva anual **(Iea)** y la tasa de interés efectiva periódica **(Ip)**. A su vez, partiendo de una tasa de interés efectiva anual **(Iea)** con su frecuencia de capitalización, se puede obtener automáticamente la tasa de interés nominal anual **(J)** y la tasa de interés efectiva periódica **(Ip)**. Por último, a partir de una tasa de interés efectiva periódica **(Ip)** con su frecuencia de capitalización, se puede obtener automáticamente la tasa de interés efectiva anual **(Iea)** y la tasa de interés nominal anual **(J)**; como se puede apreciar a continuación:

Figura 33

Calculadora para convertir tasas de interés cuando las capitalizaciones son vencidas.

CALCULADORA			
CONVERSIÓN DE TASAS DE INTERES			
Cuando las capitalizaciones son **vencidas:**	**J**	**Tasa de Interes Nominal Anual**	
		Frecuencia de Capitalización	
		Tasa de Interes Efectiva Anual	
		Tasa de Interes Efectiva Periodica	
		Tasa de Interes Efectiva Anual	
		Frecuencia de Capitalización	
		Tasa de Interes Nominal Anual	
		Tasa de Interes Efectiva Periodica	
		Tasa de Interes Efectiva Periodica	
		Frecuencia de Capitalización	
		Tasa de Interes Efectiva Anual	
		Tasa de Interes Nominal Anual	
		Tasa de Interes Efectiva Periodica Anticipada	
		Tasa de Interes Efectiva Periodica Anticipada	
		Tasa de Interes Efectiva Periodica	

Fuente: *Elaboración propia.*

Figura 34

Calculadora para convertir tasas de interés cuando las capitalizaciones son anticipadas.

<table>
<tr><th colspan="4">CALCULADORA</th></tr>
<tr><th colspan="4">CONVERSIÓN DE TASAS DE INTERES</th></tr>
<tr><td rowspan="23">Cuando las capitalizaciones son anticipadas:</td><td rowspan="23">J'</td><td>Tasa de Interes Nominal Anual</td><td></td></tr>
<tr><td>Frecuencia de Capitalización</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Tasa de Interes Efectiva Anual</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="2">Tasa de Interes Efectiva Periodica</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>Tasa de Interes Efectiva Anual</td><td></td></tr>
<tr><td>Frecuencia de Capitalización</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Tasa de Interes Nominal Anual</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="2">Tasa de Interes Efectiva Periodica</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>Tasa de Interes Efectiva Periodica</td><td></td></tr>
<tr><td>Frecuencia de Capitalización</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Tasa de Interes Efectiva Anual</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="2">Tasa de Interes Nominal Anual</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="2">Tasa de Interes Efectiva Periodica Anticipada</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>Tasa de Interes Efectiva Periodica Anticipada</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Tasa de Interes Efectiva Periodica</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
</table>

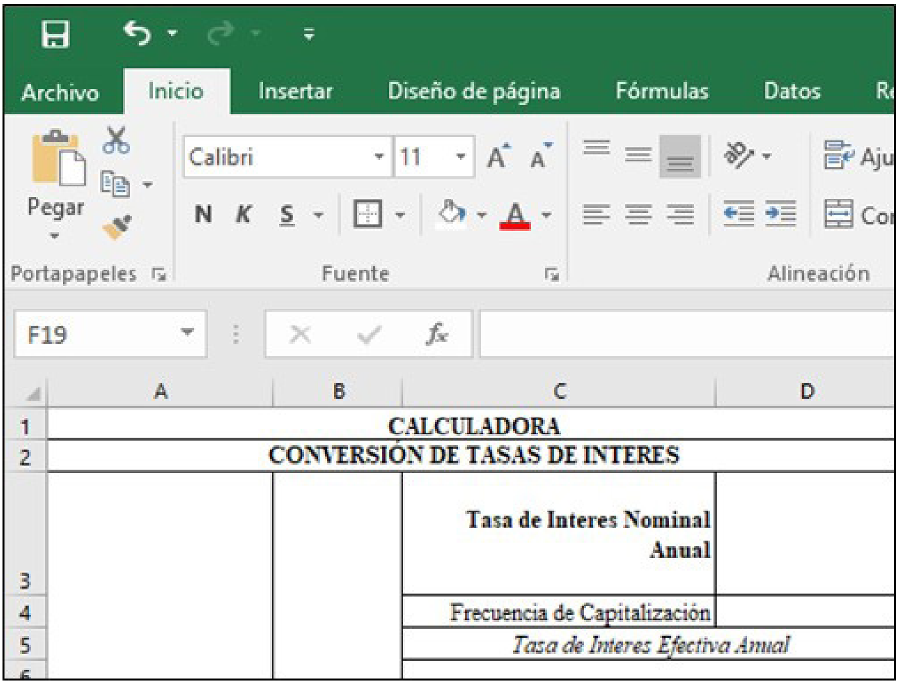
Fuente: *Elaboración propia.*

En este orden de ideas se explica de manera detallada la formulación matemática que se ha establecido en Excel para el cálculo de cada una de las tasas de interés:

a. Si se desea convertir de una tasa de interés nominal anual vencida (J) a una tasa de interés efectiva anual (Iea), se utilizan las funciones que tiene Excel, de esta manera:

Paso 1. Estando en la pestaña de Inicio de Excel, se debe dar click en "***fx***" para activar la función, como se puede ver a continuación:

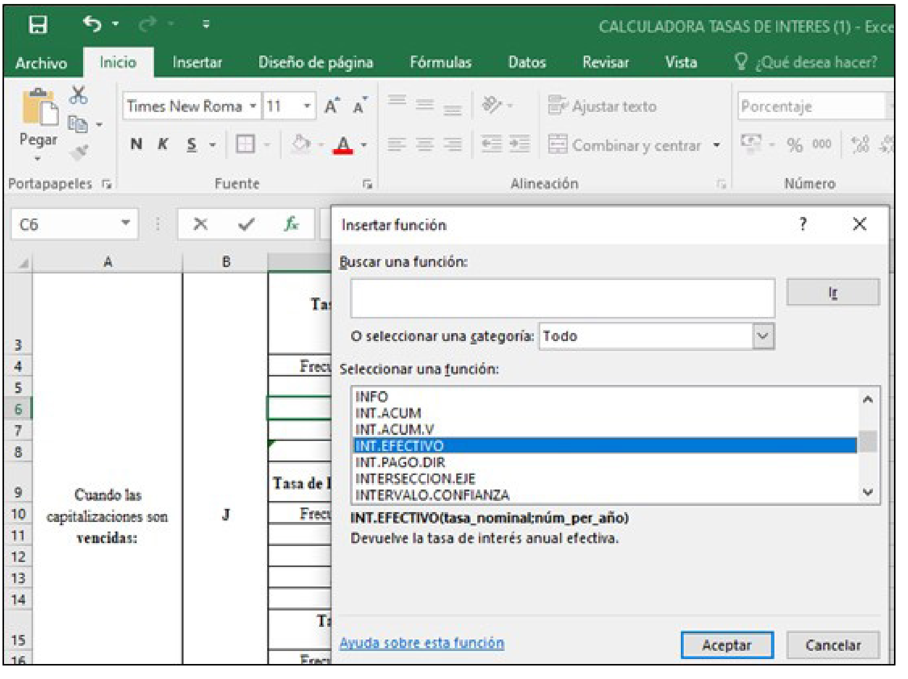
Figura 35
Paso 1 del punto a).



Fuente: *Elaboración propia.*

Paso 2. Luego, se despliega un cuadro con el menú para seleccionar e insertar la función que se desea hallar que en este caso es INT. EFECTIVO, dar click y aceptar, como se puede ver a continuación:

Figura 36
Paso 2 del punto a).

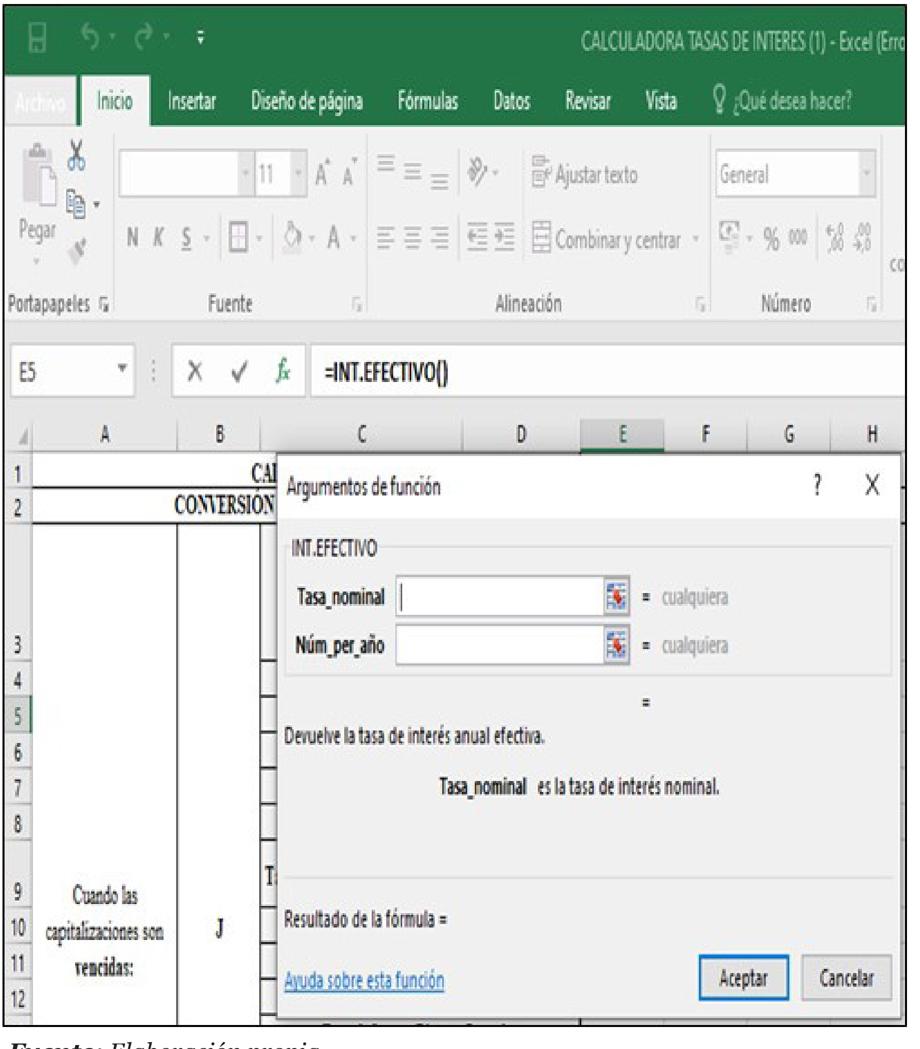


Fuente: *Elaboración propia.*

Paso 3. Una vez seleccionado, automáticamente el documento inserta otro cuadro donde se debe seleccionar la tasa de interés nominal anual vencida con la frecuencia de capitalización.

=INT.EFECTIVO(tasa_nominal; núm_per_año)

Figura 37
Paso 3 del punto a).

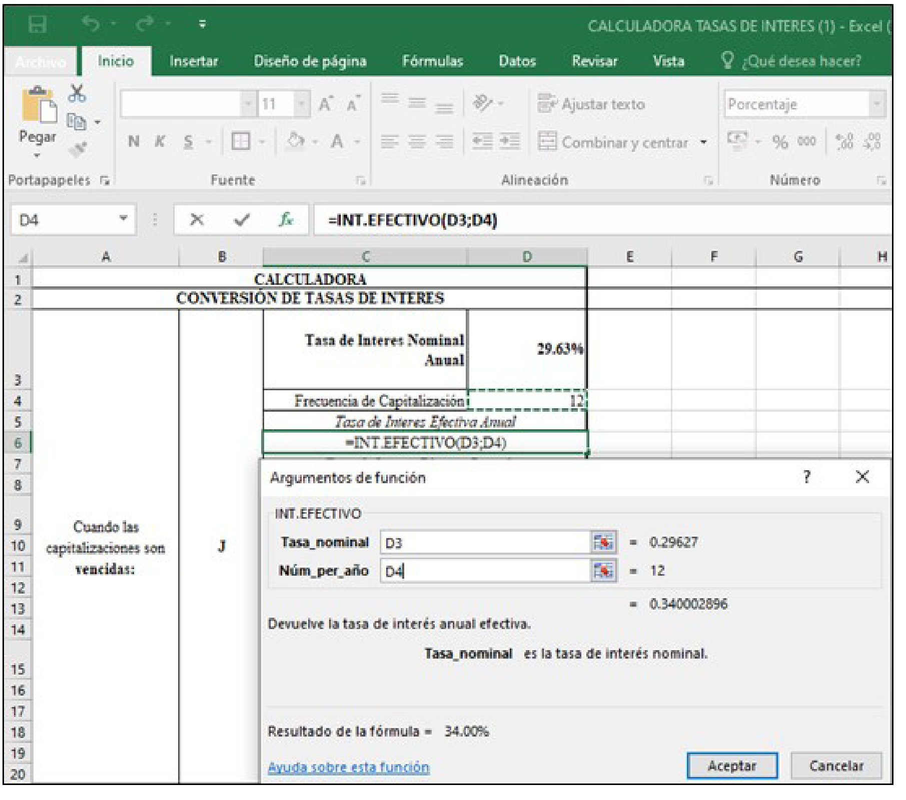


Fuente: *Elaboración propia.*

Ejemplo práctico 5 para hallar la variable Iea:

Teniendo una tasa de interés nominal anual del 29,63%, calcular la tasa de interés efectiva anual.

Figura 38
Ejemplo práctico 5.



Fuente: *Elaboración propia.*

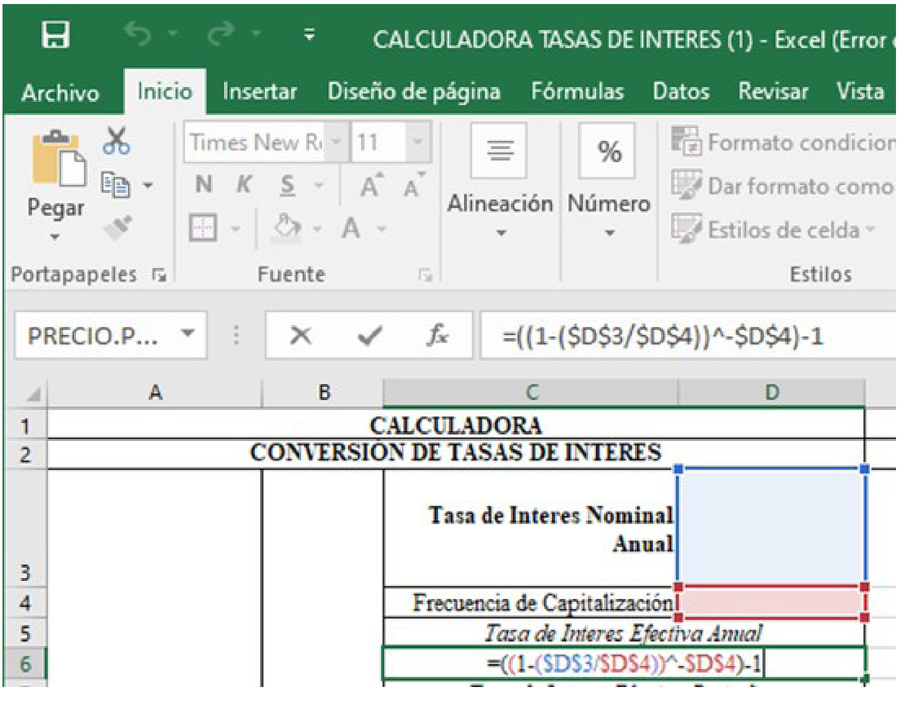
Respuesta: A partir de una tasa de interés del 29,63% NAV su equivalencia es del 34% Efectiva anual, este resultado se puede comprobar aplicando la fórmula 1 de este capítulo.

b. Si se desea convertir una tasa de interés nominal anual anticipada (J') a una tasa de interés efectiva anual (Iea) se utilizan las funciones que tiene Excel, a través de la fórmula 2 de este capítulo.

Paso 1. Estando en la pestaña de Inicio de Excel, se debe dar click en la casilla y selecciona los datos que se tienen de esta manera $=(1-(J'/m))^{-m}-1$ luego oprime Enter para que arroje el resultado, como se puede ver a continuación:

Figura 39

Paso 1 del punto b).



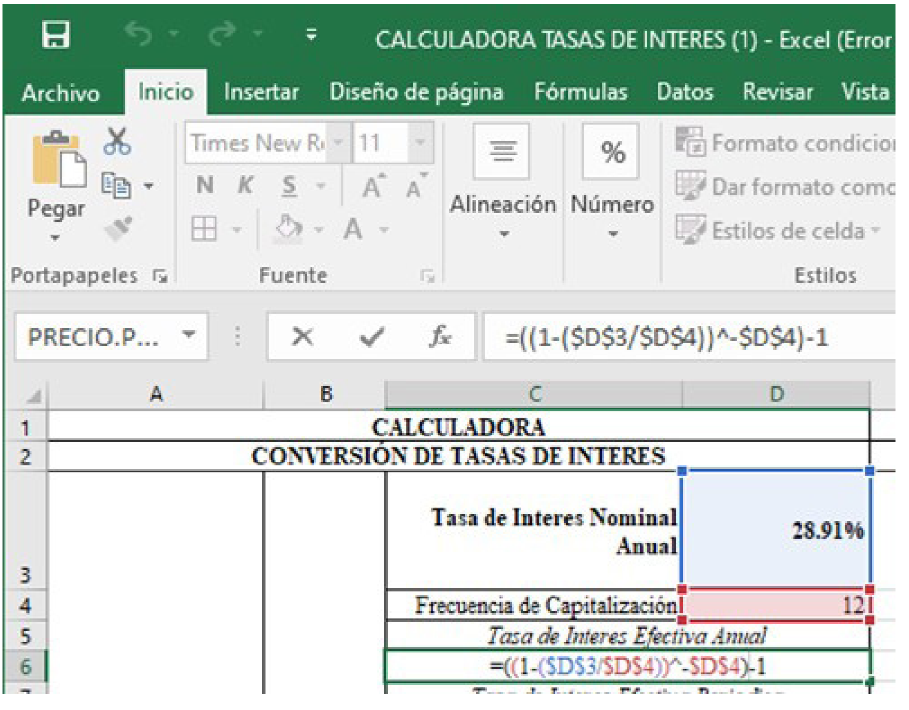
Fuente: *Elaboración propia.*

Ejemplo práctico 6 para hallar la variable Iea:

¿Cuál es la tasa de interés efectiva anual que equivale a 28,91% nominal anual capitalizable mes anticipado?

Figura 40

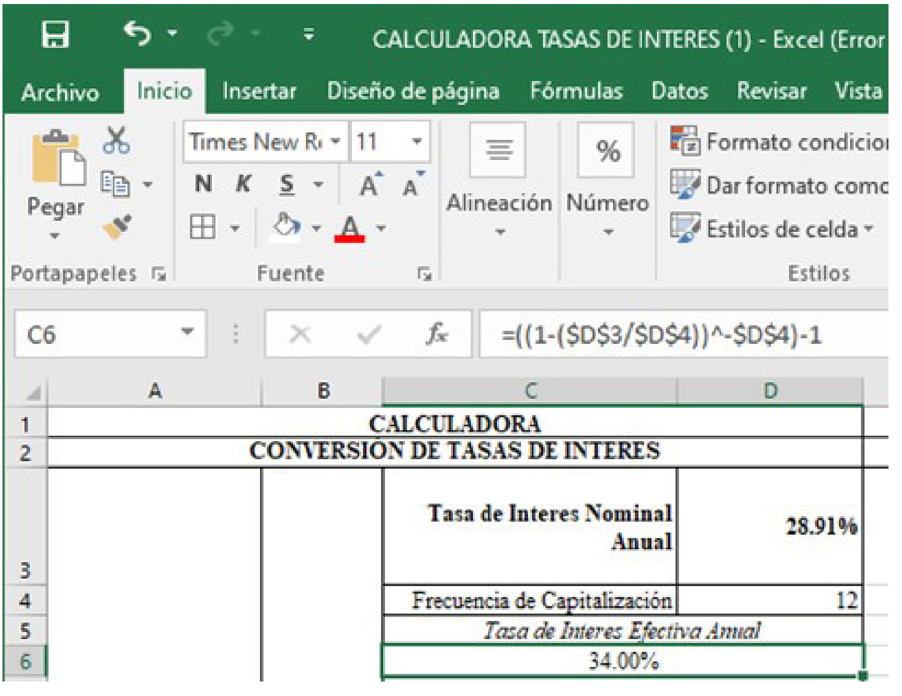
Formulación del ejemplo práctico 6.



Fuente: *Elaboración propia.*

Figura 41

Resultado del ejemplo práctico 6.



Fuente: *Elaboración propia.*

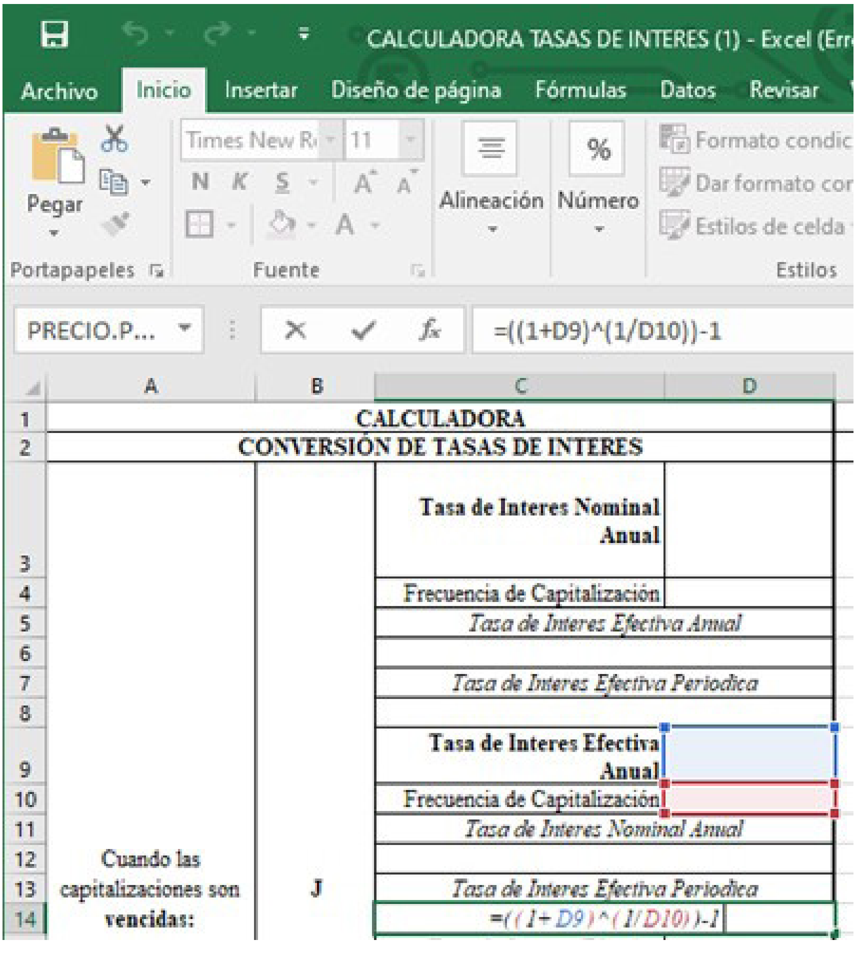
Respuesta: A partir de una tasa de interés nominal anual capitalizable mes anticipado del 28,91%, su equivalencia es del 34% efectiva anual, este resultado se puede comprobar aplicando la fórmula 2 de este capítulo.

c. Si se desea convertir una tasa de interés efectiva anual (Iea) a la misma tasa de interés efectiva periódica (Ip) en Excel a través de la fórmula 3 de este capítulo.

Paso 1. Estando en la pestaña de Inicio de Excel, se debe dar click en la casilla y selecciona los datos que se tienen de esta manera =(1+Iea) ^{N}-1 luego oprime Enter para que arroje el resultado, como se puede ver a continuación:

Figura 42

Paso 1 punto c).



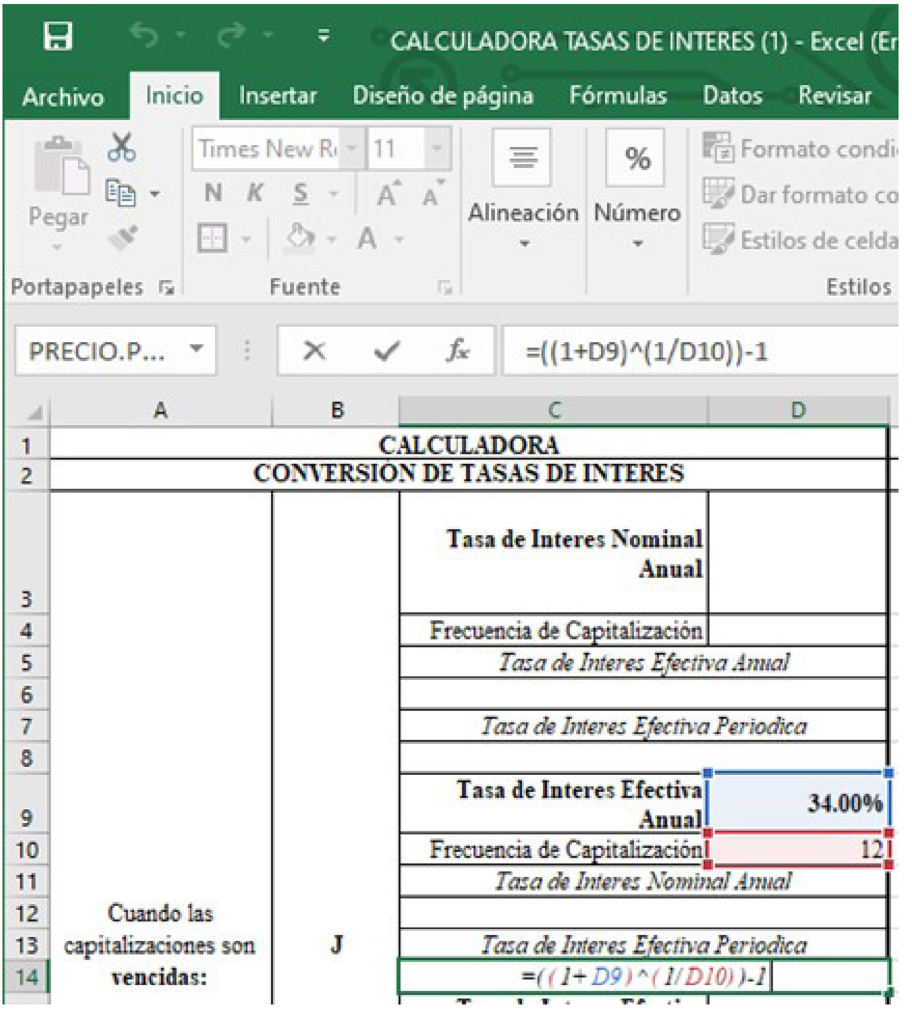
Fuente: *Elaboración propia de los autores.*

Ejemplo práctico 7 para hallar la variable Ip:

Teniendo una de interés efectiva anual del 34%, hallar la tasa efectiva periódica mensual.

Figura 43

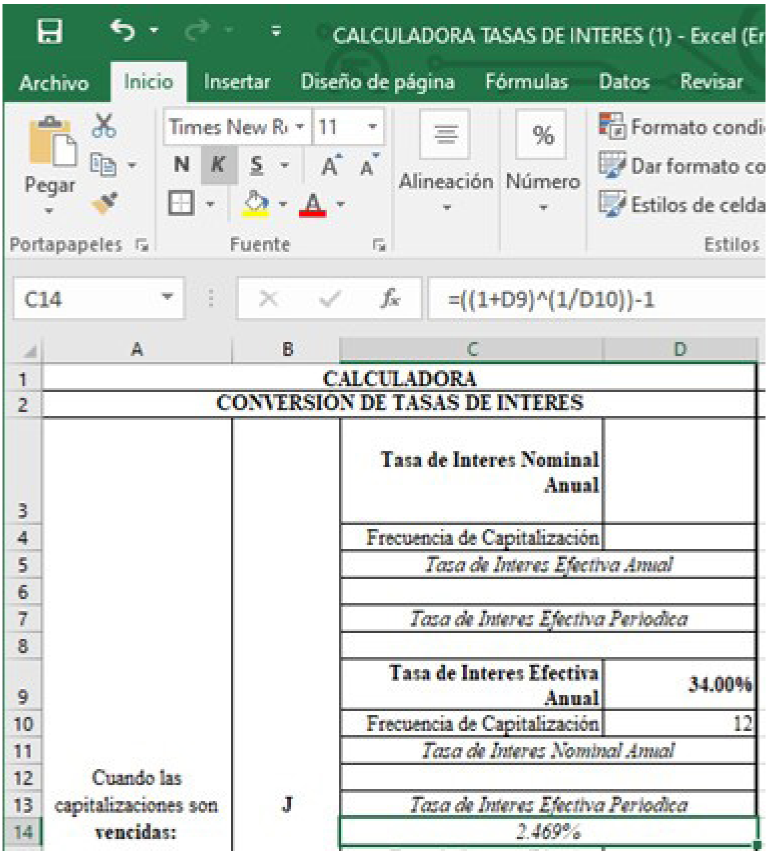
Formulación del ejemplo práctico 7.



Fuente: *Elaboración propia.*

Figura 44

Resultado del ejemplo práctico 7.



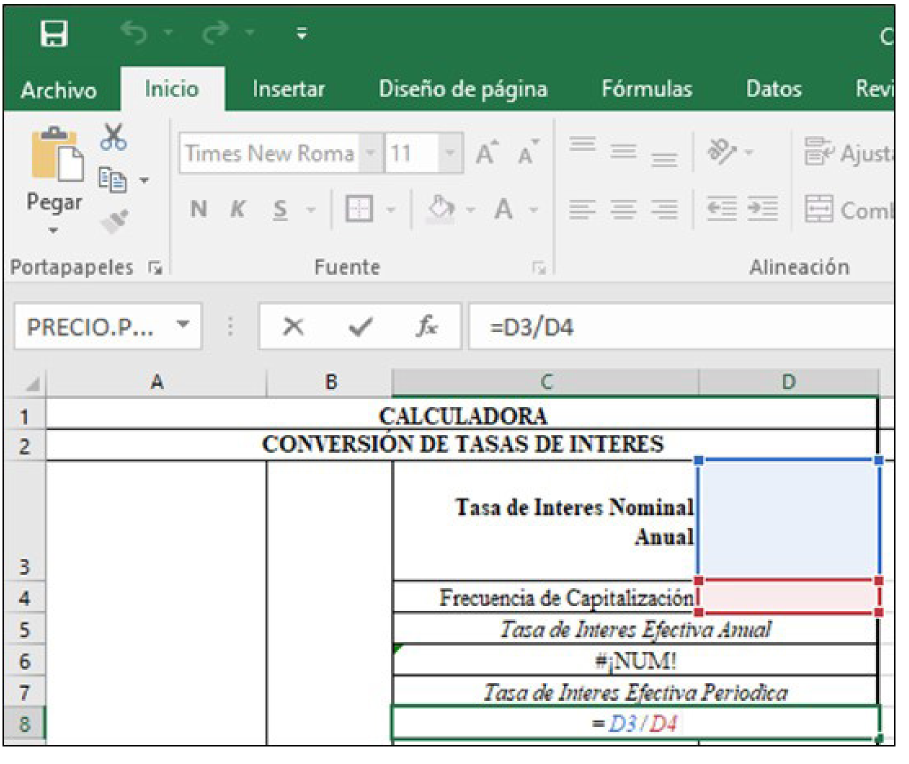
Fuente: *Elaboración propia.*

Respuesta: A partir de una tasa de interés efectiva anual del 34%, su equivalencia es del 2,469% Efectiva mensual, este resultado se puede comprobar aplicando la fórmula 3 de este capítulo.

d. Si se desea convertir una tasa de interés nominal anual vencida (J) a una tasa de interés efectiva periódica (Ip) de la forma fácil y corta se puede utilizar la función de Excel a través de la fórmula 4 de este capítulo.

Paso 1. Estando en la pestaña de Inicio de Excel, se debe dar click en la casilla y selecciona los datos que se tienen de esta manera: = J / m, luego oprime Enter para que arroje el resultado, como se puede ver a continuación:

Figura 45
Paso 1 punto d).



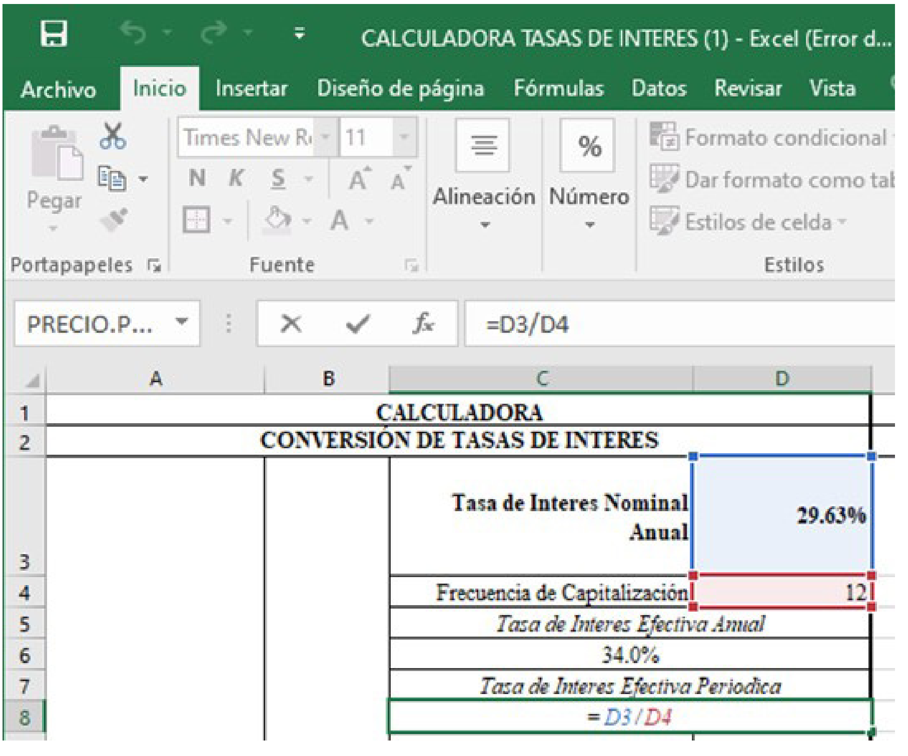
Fuente: *Elaboración propia.*

Ejemplo práctico 8 para hallar la variable Ip:

Teniendo una de interés nominal del 29,63% con capitalización mensual, hallar la tasa efectiva periódica mensual.

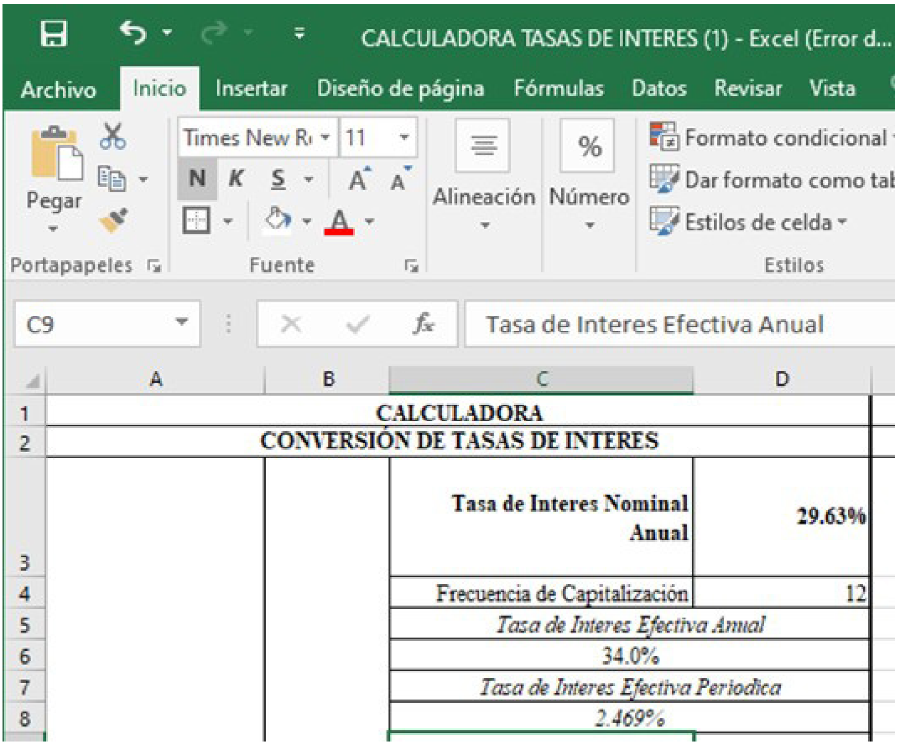
Figura 46

Formulación del ejemplo práctico 8.



Fuente: *Elaboración propia.*

Figura 47
Resultado del ejemplo práctico 8.



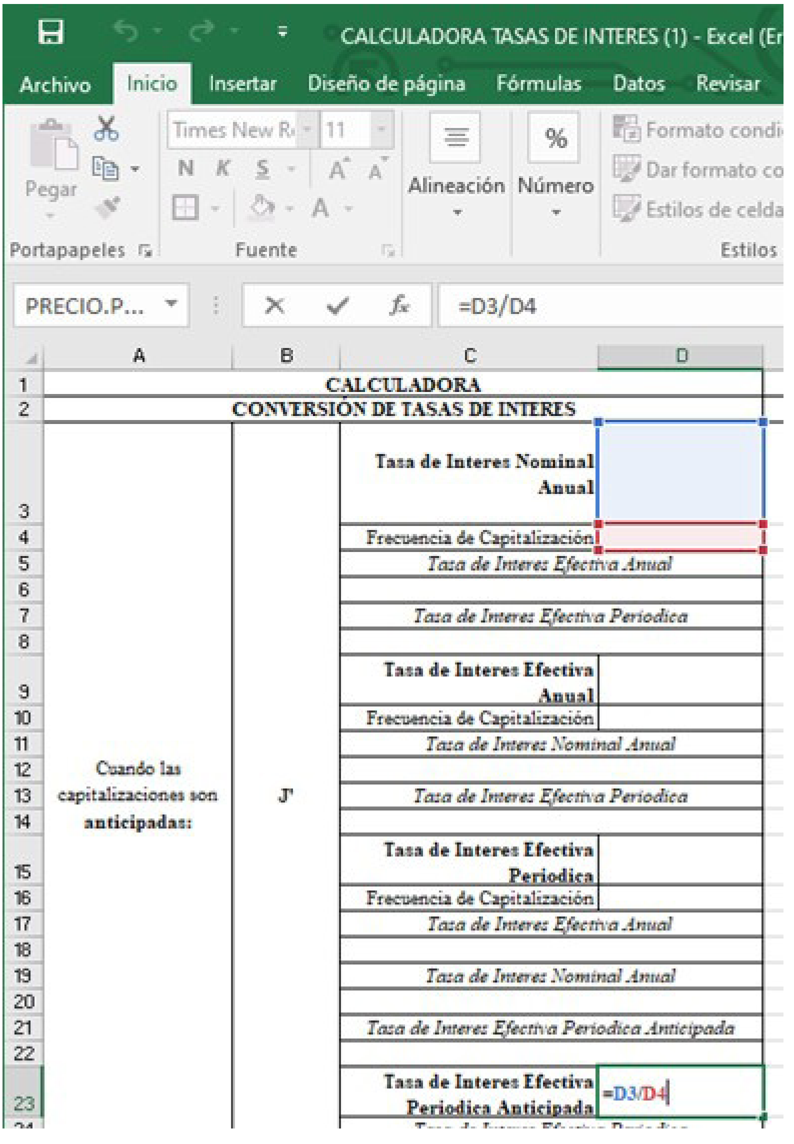
Fuente: *Elaboración propia.*

Respuesta: A partir de una tasa de interés del 29,63% nominal con capitalización mensual, su equivalencia es del 2,469% Efectiva mensual, este resultado se puede comprobar aplicando la fórmula 4 de este capítulo.

e. Si se desea convertir una tasa de interés nominal anual anticipada (J') a una tasa de interés efectiva periódica anticipada (Ip') de la forma fácil y corta se utiliza la función de Excel a través de la fórmula 5 de este capítulo.

Paso 1. Estando en la pestaña de Inicio de Excel, se debe dar click en la casilla y selecciona los datos que se tienen de esta manera: = J' / m, luego se oprime Enter para que arroje el resultado, como se puede ver a continuación:

Figura 48
Paso 1 punto e).

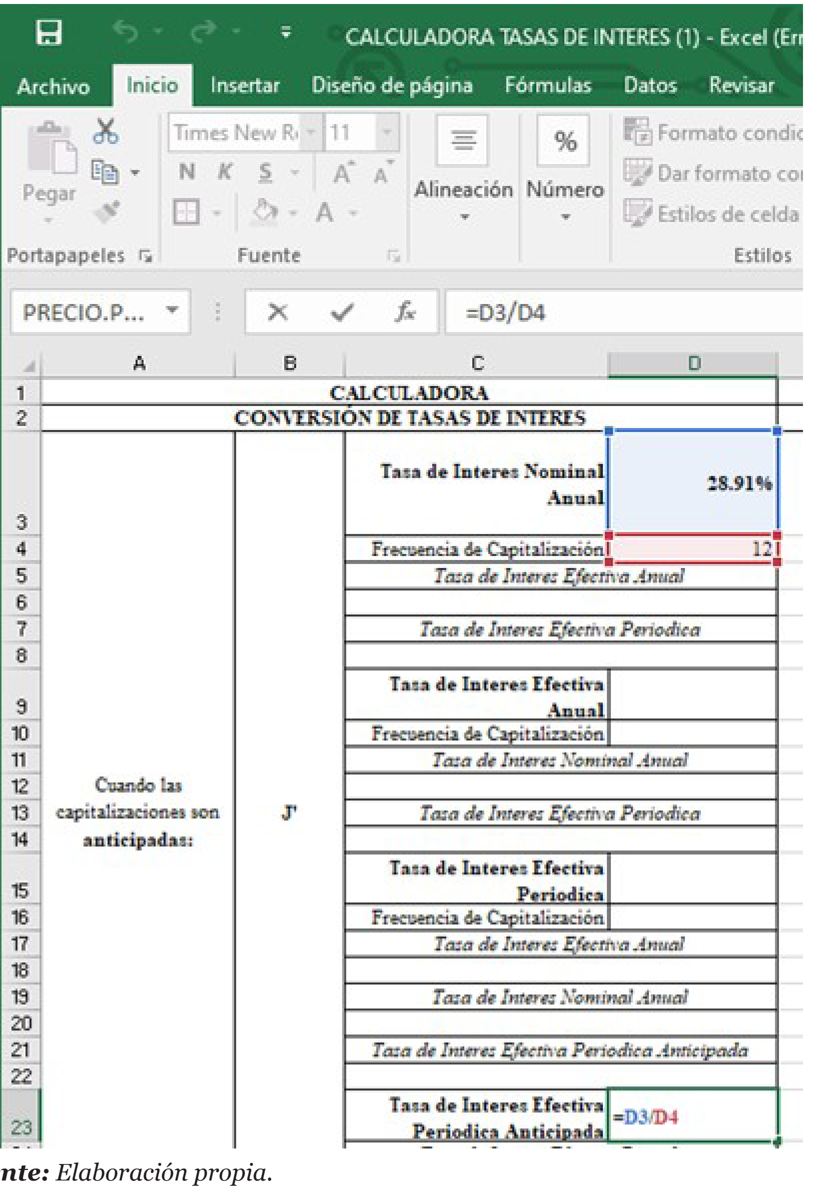


Fuente: *Elaboración propia.*

Ejemplo práctico 9 para hallar la variable Ip':

Teniendo una tasa de interés nominal del 28,91% con capitalización mensual anticipada, hallar la tasa efectiva periódica mensual anticipada.

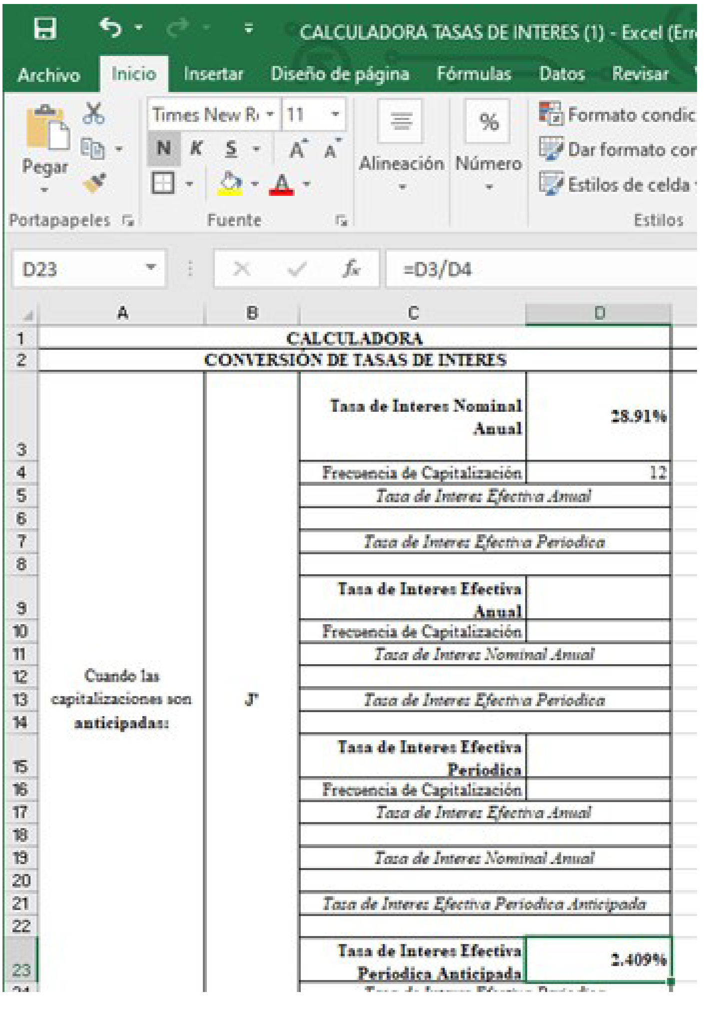
Figura 49
Formulación del ejemplo práctico 9.



Fuente: *Elaboración propia.*

Figura 50

Resultado del ejemplo práctico 9.



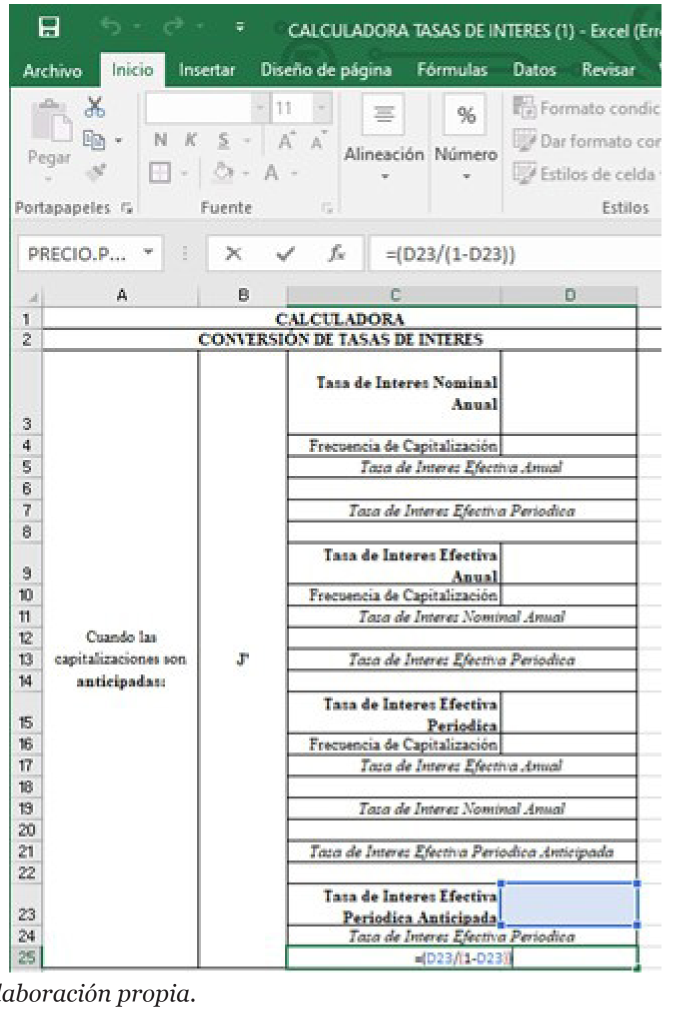
Fuente: *Elaboración propia.*

Respuesta: A partir de una tasa de interés del 28,91% nominal con capitalización mensual anticipada, su equivalencia es del 2,409% Efectiva mensual anticipada, este resultado se puede comprobar aplicando la fórmula 5 de este capítulo.

f. Si se desea convertir una tasa de interés efectiva periódica anticipada (Ip') a una tasa de interés efectiva periódica vencida (Ip) se utiliza la función de Excel a través de la fórmula 6 de este capítulo.

Paso 1. Estando en la pestaña de Inicio de Excel, se debe dar click en la casilla y seleccionar los datos que se tienen de esta manera: = (ip/(1-ip), luego oprimir Enter para que arroje el resultado, como se puede ver a continuación:

Figura 51
Paso 1 punto f).



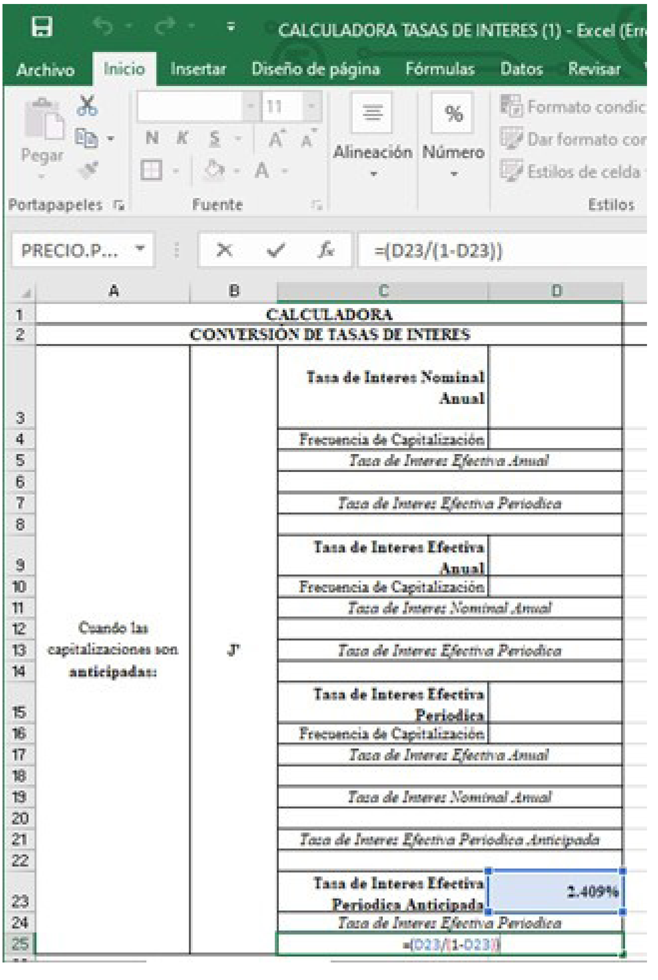
Fuente: *Elaboración propia.*

Ejemplo práctico 10 para hallar la variable Ip:

Teniendo una tasa de interés efectiva periódica anticipada del 2,409%, hallar la tasa efectiva periódica vencida.

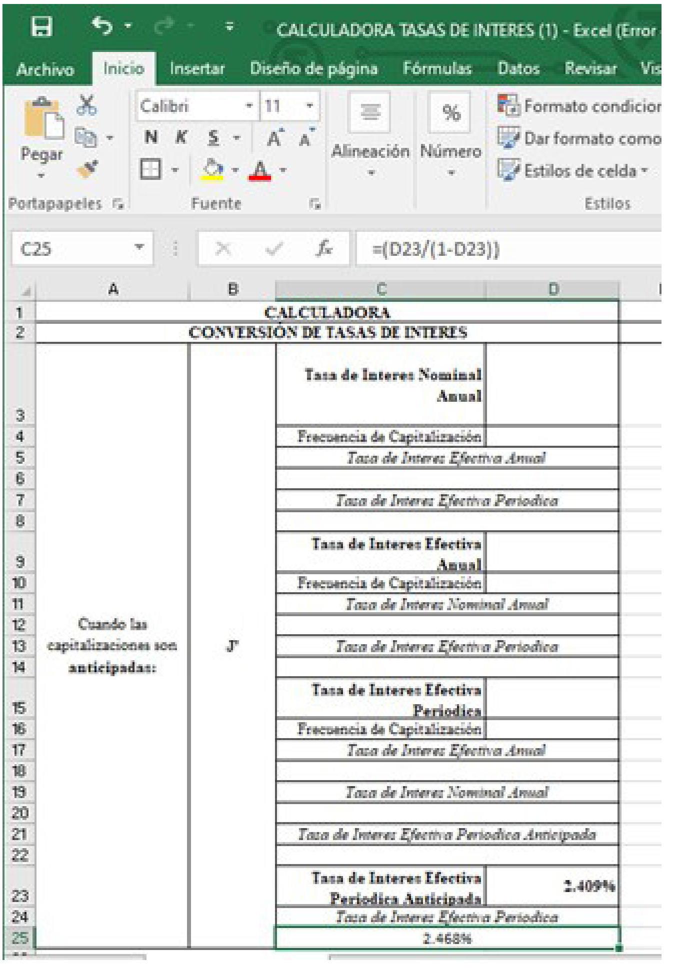
Figura 52

Formulación del ejemplo práctico 10.



Fuente: *Elaboración propia.*

Figura 53
Resultado del ejemplo práctico 10.



Fuente: *Elaboración propia.*

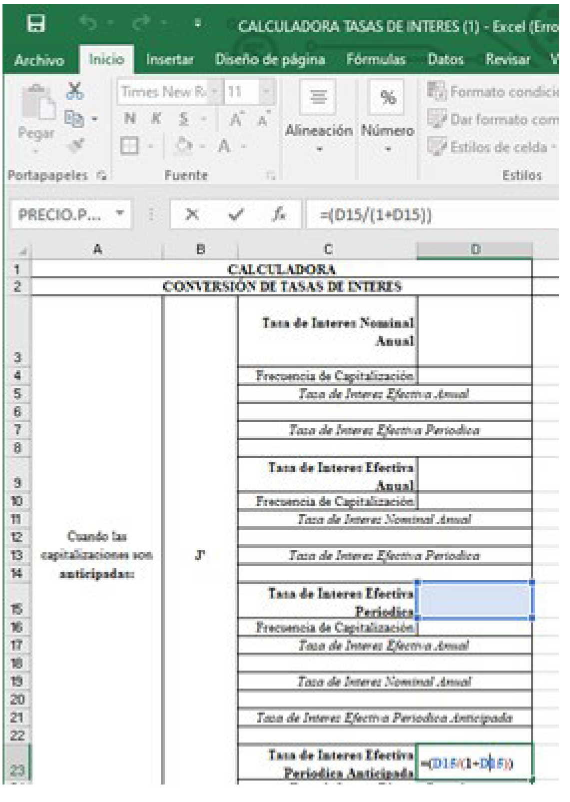
Respuesta: A partir de una tasa de interés del 2,409% efectiva periódica anticipada, su equivalencia es del 2,468% Efectiva periódica vencida, este resultado se puede comprobar aplicando la fórmula 6 de este capítulo.

g. Si se desea convertir una tasa de interés efectiva periódica vencida (Ip) a una tasa de interés efectiva periódica anticipada (Ip') se utiliza la función de Excel a través de la fórmula 7 de este capítulo.

Paso 1. Estando en la pestaña de Inicio de Excel, se debe dar click en la casilla y seleccionar los datos que se tienen de esta manera: = (ip/(1+ip), luego oprimir Enter para que arroje el resultado, como se puede ver a continuación:

Figura 54

Paso 1 punto g).



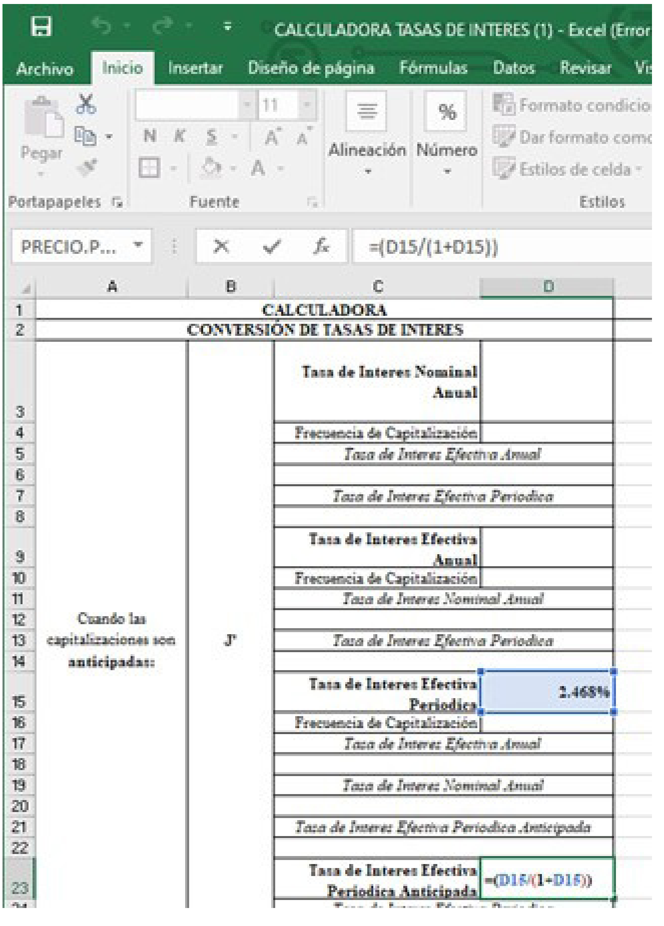
Fuente: *Elaboración propia.*

Ejemplo práctico 11 para hallar la variable Ip':

Teniendo una de interés efectiva periódica vencida del 2,468%, hallar la tasa efectiva periódica anticipada.

Figura 55

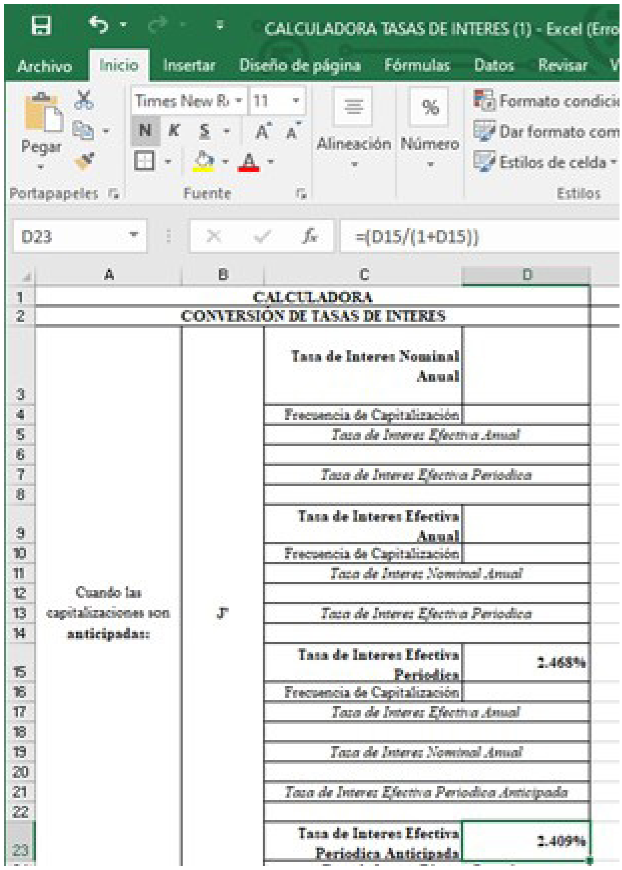
Formulación del ejemplo práctico 11.



Fuente: *Elaboración propia.*

Figura 56

Resultado del ejemplo práctico 11.



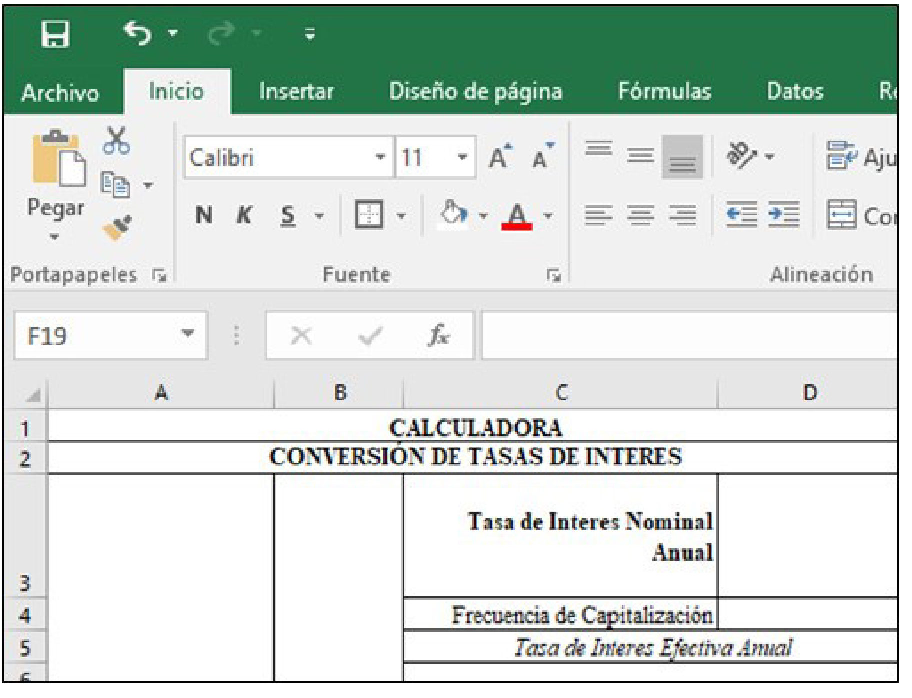
Fuente: *Elaboración propia.*

Respuesta: A partir de una tasa de interés del 2,468% efectiva periódica vencida, su equivalencia es del 2,409% Efectiva periódica anticipada, este resultado se puede comprobar aplicando la fórmula 7 de este capítulo.

h. Si se desea convertir una tasa de interés efectiva anual (Iea) a una tasa de interés nominal anual vencida (J) se utiliza la función que tiene Excel, de esta manera:

Paso 1. Estando en la pestaña de Inicio de Excel, se debe dar click en "***fx***" para activar la función, como se puede ver a continuación:

Figura 57
Paso 1 punto h).

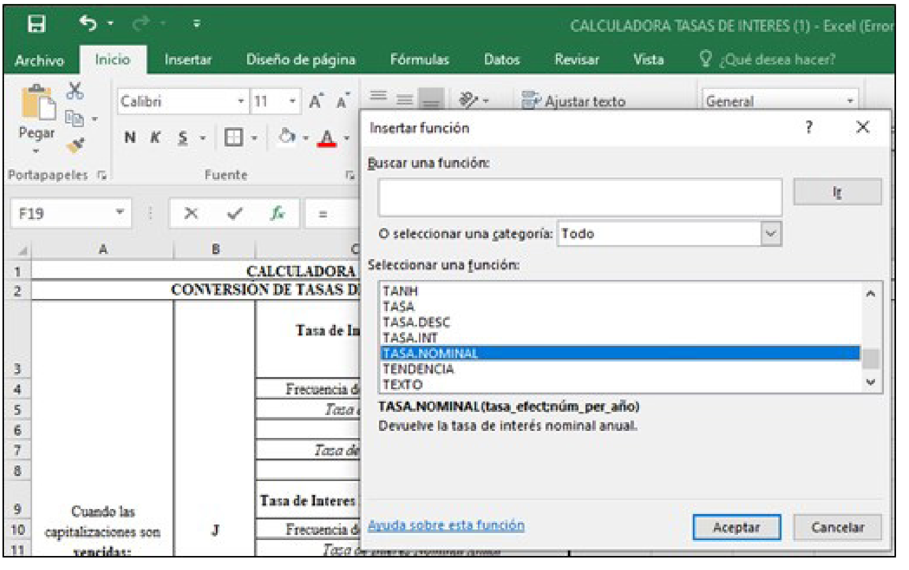


Fuente: *Elaboración propia.*

Paso 2. Luego, se despliega un cuadro con el menú para seleccionar e insertar la función que se desea hallar y que para este caso es TASA. NOMINAL, dar click y aceptar, como se puede ver a continuación:

Figura 58

Paso 2 punto h).



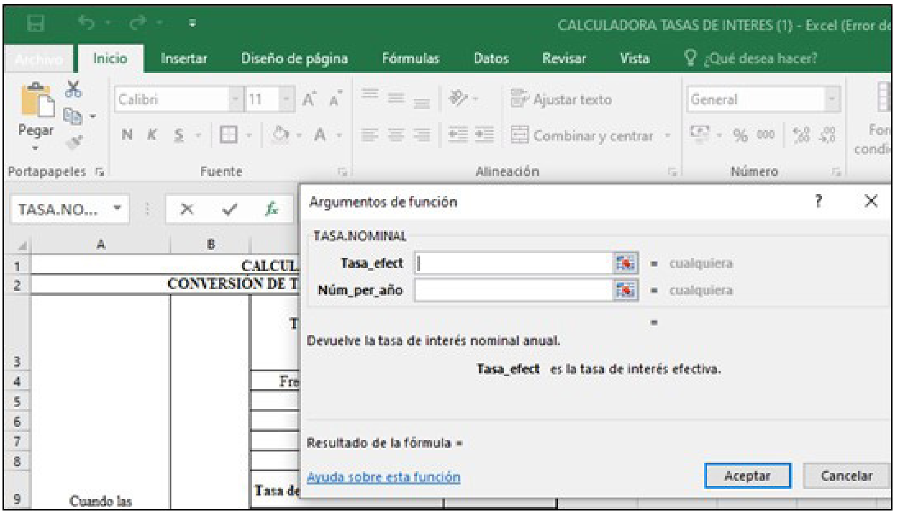
Fuente: *Elaboración propia.*

Paso 3. Una vez seleccionado, le inserta otro cuadro donde se debe seleccionar la tasa de interés efectiva anual con la frecuencia de capitalización.

=TASA.NOMINAL(tasa_efect;núm_per_año)

Figura 59

Paso 3 punto h).



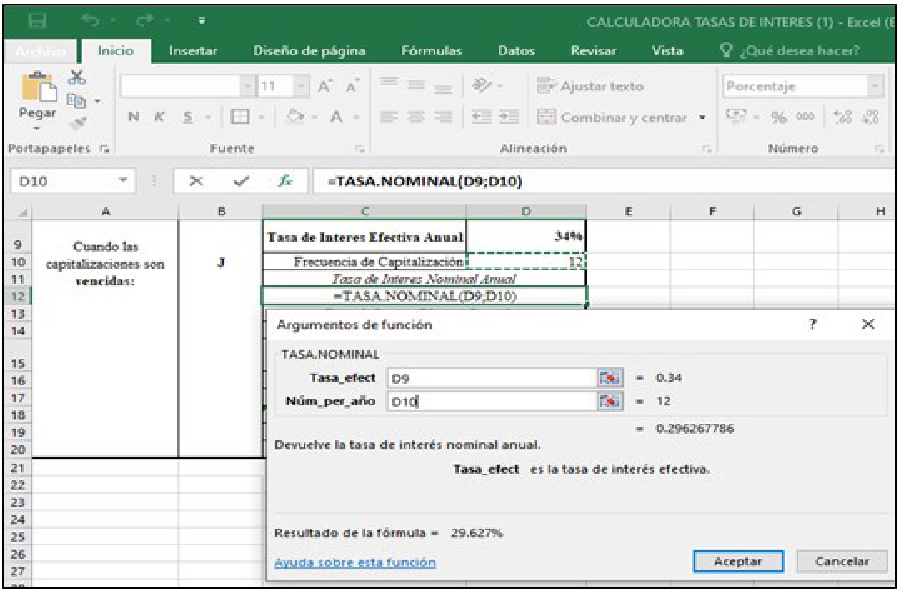
Fuente: *Elaboración propia.*

Ejemplo práctico 12 para hallar la variable J:

Teniendo una tasa de interés efectiva anual del 34%, calcular la tasa de interés nominal anual vencida.

Figura 60

Ejemplo práctico 12.



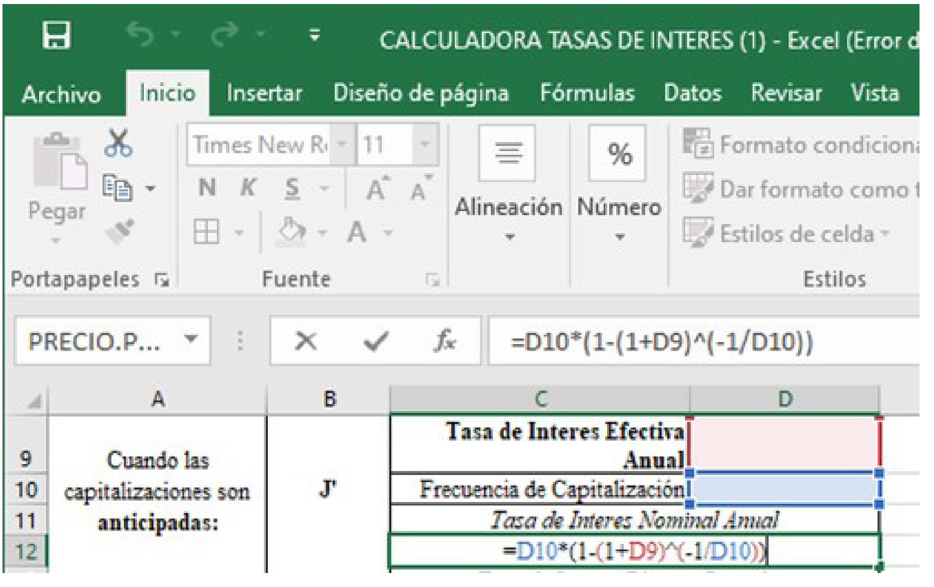
Fuente: *Elaboración propia.*

Respuesta: A partir de una tasa de interés del 34% EA su equivalencia es del 29,627% NAV, este resultado se puede comprobar aplicando la fórmula 8 de este capítulo.

i. Si se desea convertir una tasa de interés efectiva anual (Iea) a una tasa de interés nominal anual anticipada (J') se utiliza la función que tiene Excel a través de la fórmula 8 de este capítulo.

Paso 1. Estando en la pestaña de Inicio de Excel, se debe dar click en la casilla y se debe seleccionar los datos que se tienen de esta manera: = m*(1-(1+Iea)^(-1/m)) luego oprimir Enter para que arroje el resultado, como se puede ver a continuación:

Figura 61
Paso 1 punto i).

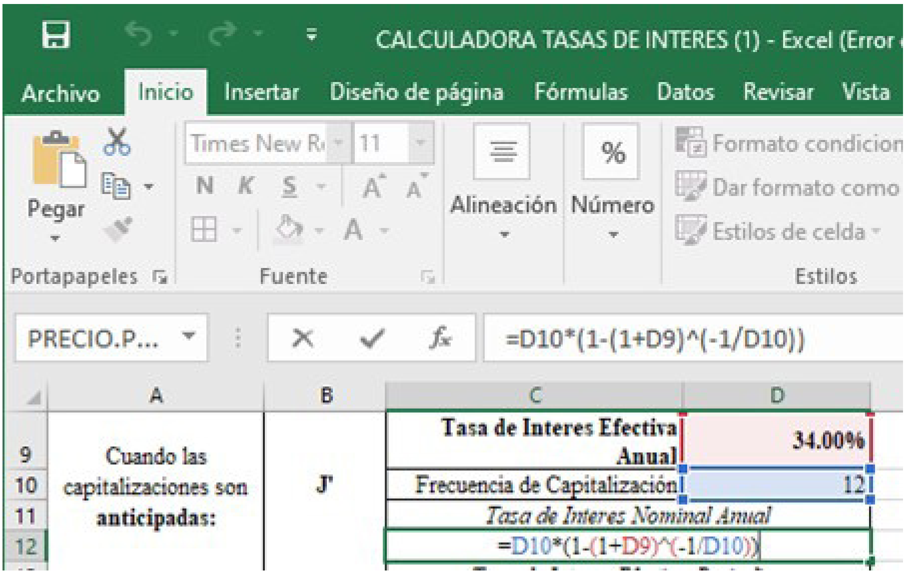


Fuente: *Elaboración propia.*

Ejemplo práctico 13 para hallar la variable J':

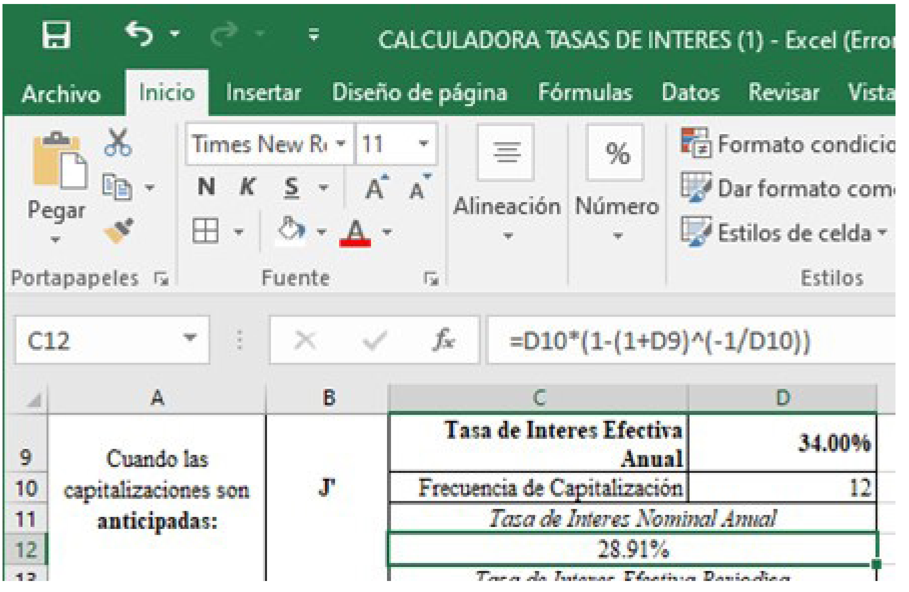
Teniendo una tasa de interés efectiva anual del 34%, calcular la tasa de interés nominal anual anticipada.

Figura 62
Formulación del ejemplo práctico 13.



Fuente: *Elaboración propia.*

Figura 63
Resultado del ejemplo práctico 13.



Fuente: *Elaboración propia.*

Respuesta: A partir de una tasa de interés del 34% EA su equivalencia es del 28,91% NAA, este resultado se puede comprobar aplicando la fórmula 9 de este capítulo.

3.2.11. Ejercicios Prácticos Propuestos para Realizar

Ejercicio 1

Problema: Una cooperativa financiera de la ciudad de Bogotá desea incursionar en el mercado financiero de Florencia, Caquetá ofreciendo una tasa de interés nominal anual anticipada del 24% con capitalizaciones trimestrales. ¿Cuál es la tasa de interés equivalente efectiva anual, periódica trimestral y mensual que ofrece la cooperativa financiera a sus clientes?

Respuesta: Tasa de Interés Efectiva Anual (Iea) = 28,08214307%; Tasa de Interés Efectiva Periódica Trimestral ($Ip_{\text{Trimestral}}$) = 6,382978723%; Tasa de Interés Efectiva Periódica Mensual (Ip)=2,083930245%

Ejercicio 2

Problema: Un inversionista ofrece a sus deudores una tasa de interés efectiva mensual del 3,144798913%. ¿Cuál es la tasa de interés equivalente efectiva anual del inversionista?

Respuesta: Tasa de Interés Efectiva Anual (Iea)= 44,99% ≈ 45%

Ejercicio 3

Problema: Los préstamos bancarios de hoy en día tienen una tasa de interés efectiva anual del 44,95489257%. Calcular la tasa equivalente nominal anual bimestral anticipada.

Respuesta: 36% NABA.

Ejercicio 4

Problema: Un banco ofrece una tasa nominal semestral vencida del 12%. Hallar la tasa de interés equivalente efectiva anual que ofrece el banco.

Respuesta: Tasa de Interés Efectiva Anual (Iea)= 12,36%

Ejercicio 5

Problema: Dado una tasa de interés trimestral vencida del 13,59%, calcule la tasa de interés equivalente efectiva anual y trimestral para esta operación financiera.

Respuesta: Tasa de Interés Efectiva Anual (Iea)= 14,29840056%; Tasa de Interés Efectiva Periódica Trimestral ($Ip_{\text{Trimestral}}$) = 3,3975%

Ejercicio 6

Problema: Un crédito tiene una tasa de interés del 22% cuatrimestral vencido. La persona que desea adquirir dicho crédito requiere conocer cuál es la equivalencia de la tasa del crédito efectivo anual.

Respuesta: Tasa de Interés Efectiva Anual (Iea)= 23,65277037%

Ejercicio 7

Problema: Suponga que su docente de matemáticas financieras le pide hallar la equivalencia que tiene una tasa nominal mensual vencida del 16% a una tasa de interés periódica mensual (Ip).

Respuesta: Tasa de Interés Efectiva Periódica Mensual (Ip)= 1,333333333%

Ejercicio 8

Problema: La empresa de transporte TRANSALDANA LTA presta $10.000.000 hoy, los cuales deben ser cancelados dentro de un año a una tasa de interés del 34% anual capitalizable mensualmente. ¿Cuánto será la tasa de interés mensual realmente que se cobra?

Respuesta: Tasa de Interés Efectiva Periódica Mensual (Ip)= 2,833333333%

Ejercicio 9

Problema: Juan Esteban quiere ahorrar en un banco, así que decide averiguar la tasa de interés mensual que manejan en dos bancos. El primero es Bancolombia el cual le ofrece una tasa de interés del 15,20% nominal anual capitalizable mes anticipado (NACMA) y el otro banco es Davivienda el cual le ofrece el 15,25% nominal bimestral (NBV). ¿Cuál de los dos bancos le conviene más a Juan Esteban?

Respuesta: Tasa de Interés Efectiva Periódica Mensual de Bancolombia (Ip)= 1,2829169%; Tasa de Interés Efectiva Periódica Mensual de Davivienda (Ip)= 1,26285926%

Ejercicio 10

Problema: Una estudiante del Programa de Administración de Empresas desea laborar con la Cooperativa Coonfie. No obstante, a la estudiante solo se le facilita el manejo de conversión de tasas mensuales, ¿Cuál sería la tasa equivalente mensual anticipada suponiendo que le dan una tasa de 4,33% mensual vencida?

Respuesta: Tasa de Interés Mensual Anticipada (Ip') = 4,150292342%

Ejercicio 11

Problema: Daniela Aldana necesita realizar un ahorro de dinero de $100.000.000 para ejecutar la compra de un camión por lo que le dan dos propuestas, el Banco AV Villas le ofrece una tasa de interés del 7,5% trimestral y el Banco Bogotá le ofrece una tasa de interés del 8% bimestral. ¿Qué banco según su tasa de interés debe tomar Daniela para que pueda ahorrar?

Respuesta: Tasa de Interés Efectiva Anual Banco AV Villas (Iea)= 33,5469%; Tasa de Interés Efectiva Anual Banco Bogotá (Iea)= 58,6874%

Ejercicio 12

Problema: Hallar la tasa periódica pertinente a las siguientes tasas de interés: 36% Capitalizable Mensual Anticipada (CMA) y 20% Capitalizable Trimestral Vencida (CTV).

Respuesta: Tasa de Interés Capitalizable Mensual Anticipada 36% CMA= (Ip): 3,092783502%; Tasa de Interés Capitalizable Trimestral Vencida 20% CTV= (Ip): 1,639635681%

Ejercicio 13

Problema: Una entidad financiera cobra una tasa de interés del 18% efectiva anual (EA), se desea saber ¿cuál sería la tasa de interés nominal anual mes vencido?

Respuesta: Tasa de Interés Nominal Anual Mes Vencido (NAMV)= 16,666116%

Ejercicio 14

Problema: ¿Cuál sería el interés anual capitalizable mes anticipado equivalente al 35,50% efectivo anual?

Respuesta: Tasa de Interés Anual Capitalizable Mes Anticipado (ACMA)= 29,998806%

Ejercicio 15

Problema: Una entidad bancaria le ofrece a la empresa Mukatri pagar en una cuenta de ahorros una tasa del 10% Efectiva anual (EA), pero solo se puede dejar por un mes. La empresa Mukatri desea saber, ¿Cuál sería la tasa efectiva mensual?

Respuesta: Tasa de Interés Efectiva Periódica Mensual (Ip)= 0,797414042%

Ejercicio 16

Problema: Teniendo en cuenta una tasa del 4% cuatrimestral, hallar una tasa nominal anual semestre anticipado (NASA).

Respuesta: Tasa Nominal Semestre Anticipado (NASA)= 11,42679314%

Ejercicio 17

Problema: El docente Luis Fernando tiene una cuenta de ahorro en X banco, este le ofrece una tasa nominal anual del 6% con capitalización mensual. El docente desea saber ¿Cuál es su tasa efectiva anual para ver que rendimiento tiene?

Respuesta: Tasa de Interés Efectiva Anual (Iea)= 6,167781186%

Ejercicio 18

Problema: Un estudiante del Programa de Administración de Empresas está evaluando dos opciones de inversión en un proyecto que tiene como idea de negocio para su opción de grado. Una ofrece una tasa efectiva anual del 16% y la otra una tasa nominal anual mes vencido del 14%. ¿Cuál debería elegir el estudiante para su proyecto?

Respuesta: mensual de la tasa del 16% EA y 1,166666665 % mensual de la tasa del 14% NAMV

Tasa de Interés Efectiva Anual (Iea) 16%= (Ip): 1,244513892%; Tasa de Interés Nominal Anual Mes Vencido (NAMV)= (Ip): 1,166666665%

Ejercicio 19

Problema: El padre de la estudiante de Administración de Empresas llamada Daniela tiene un crédito hipotecario con una tasa de interés del 12% nominal anual capitalizable mes vencido (NACMV) y le pide a su hija experta en el tema de conversión de tasas de interés para que le ayude a averiguar ¿Cuál es la tasa efectiva anual para él entender el costo total del crédito?

Respuesta: Tasa de Interés Efectiva Anual (Iea)= 12,68250301%
Ejercicio 20

Problema: Una empresa de lácteos de la región Amazónica requiere comprar un vehículo de carga para poder transportar sus productos lácteos a demás departamentos del país. A la empresa le ofrecen un crédito con una tasa de interés del 6% semestral y el gerente desea saber cuál sería la tasa de interés efectiva periódica mensual que debería pagar.

Respuesta: Tasa de Interés Efectiva Periódica Mensual (Ip)= 1%

CONCLUSIÓN

La creación del libro "Conversión de Tasas de Interés para la Toma de Decisiones: Uso y Aplicación a Nivel Personal y Empresarial" ha permitido explorar exhaustivamente la conversión de tasas de interés y su relevancia tanto a nivel personal como empresarial. A través de una revisión bibliográfica detallada, se ha proporcionado una sólida base en los fundamentos de la Ingeniería Económica o Matemática Financiera, ofreciendo los conceptos esenciales para comprender estas disciplinas.

El libro también ha analizado en profundidad las diferentes clases de interés en Colombia, destacando las particularidades del interés simple (no capitalizado) y el interés compuesto (capitalizado). Este conocimiento es fundamental para que individuos y empresas puedan tomar decisiones informadas y estratégicas en un entorno financiero dinámico y cambiante.

Además, se ha abordado la conversión de tasas de interés en Colombia, un proceso crucial para comparar y evaluar diversas opciones financieras. A lo largo de la escritura del libro, se han presentado y explicado aspectos, temáticas y conceptos importantes para que el lector pueda comprender y apropiarse de cada uno de ellos.

Para responder a la pregunta problema, se ha comenzado por definir cada una de las tasas de interés (tasa efectiva anual, tasa efectiva periódica y tasa nominal anual vencida o anticipada), proporcionando al lector las distintas formas de expresar cada tipo de tasa. Esto les ofrece una visión clara para identificar cómo se representan y utilizan a través de la formulación matemática planteada. Así mismo, se ha demostrado cómo estas conversiones y cálculos matemáticos pueden realizarse tanto manualmente, mediante ejercicios prácticos, como en Excel, con un paso a paso que facilita la aplicación de lo aprendido. Es importante destacar que la dificultad en el manejo de este tema no radica en la naturaleza del contenido, sino en la falta de estudio y práctica por parte de los estudiantes.

Este libro ha sido diseñado para ayudar a los estudiantes a entender que, con dedicación, esfuerzo y las herramientas adecuadas, cualquier persona puede dominar este contenido en cualquier espacio o escenario de manera natural.

REFERENCIAS

Álvarez Vázquez, N., Matilla García, M., y Rodríguez Ruiz, J. (2008). Definición y medición de la inflación. *Revista Electrónica de Comunicaciones y Trabajos de ASEPUMA*. https://www.researchgate.net/publication/26520513

Agudelo, D., y Fernández, A. (2008). Fundamentos de matemáticas financieras. Conceptos y aplicaciones. (3.a ed.). Cargraphics.

Avilés García, M., Bastidas Castillo, E., y Vargas, L. F. (2017). Impacto socio-económico y financiero del mercado crediticio formal e informal en los comerciantes de la ciudad de Florencia. FACE: Revista de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, 17(1), 73-85. https://doi.org/10.24054/01204211.v1.n1.2017.2580

Almenara Juste, C. (12 de febrero de 2017). Economipedia. https://economipedia.com/definiciones/modelo-valoracion-activos-financieros-capm.html

Baca Currea, G. (2005). *Ingeniería económica* (8.ª ed.). Fondo Educativo Panamericano.

Boulanger, F. J. J. (2007). *Ingeniería económica*. Editorial Tecnologica de CR. https://goo.su/LUW9X

Blank, L. T., Tarquin, A. J., y Coalla, M. I. V. (2012). *Ingeniería económica* (No. 658, p. 15). McGraw-Hill. https://acortar.link/9cxLDF

Castillo Valdivieso, Absalón. (2013). 5000 años de historia de la matemática. Universidad Nacional del Callao. https://hdl.handle.net/20.500.12952/1808

Cano Morales, A.M. (2013). Matemáticas financieras, aplicado a las ciencias económicas, administrativas y contables. Ediciones de la U.

Castillo Silverio, A. (2015). Monografias. Obtenido de https://www.monografias.com/trabajos107/ingenieria-economicaa/ingenieria-economicaa

Conexión Esan. (29 de mayo de 2018). Esan. Obtenido de https://www.esan.edu.pe/conexion-esan/derivados-financieros-que-son-y-cuales-son-los-principales-tipos

Corporación Universidad de la Costa. (2020). Ingeniería económica. Obtenido de Universidad de la Costa: https://hdl.handle.net/11323/6766

Cajasol Business School. (2024). ¿Qué son las matemáticas financieras y para qué sirven? Obtenido de https://institutocajasol.com/matematicas-financieras-que-son/

Dumrauf, G.L. (2013). Matemáticas financieras. Alfaomega.

García, J. A. (2000). *Matemáticas financieras: con ecuaciones de diferencia finita* (4.ª ed.). Pearson Educación de Colombia, Ltda.

García, J. (2020). *Introducción a las finanzas corporativas*. Editorial Financiera.

Food and Agriculture Organization. (1998). Ingeniería económica aplicada a la industria pesquera. Roma.

Hernandez, N. B., y Ricardo, J. E. (2018). *Gestión empresarial y posmodernidad*. Infinite Study. https://goo.su/cLrcj

Jaimes Duran, C. (14 de diciembre de 2016). ISSUU. Obtenido de https://issuu.com/cristhianjaimes/docs/revista

Kisbye, P., & Levstein, F. (2010). Todo lo que usted quiere saber sobre MATEMATICA FINANCIERA pero no se anima a preguntar. Buenos Aires: Ministerio de educación. http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL001837.pdf

Ramírez Molinares, A., García Barboza, A., Pantoja Algarín, F., y Zambrano Meza, M. (2009). *Matemática financiera aplicada* (págs. 13-14). Editorial Educativa.

Ramírez Molinares, C., García Barboza, M., Pantoja Algarín, M., & Zambrano Meza, A. (2009). *Fundamentos de Matemáticas Financieras*. Cartagena de Indias: Universidad Libre Sede Cartagena. https://www.uv.mx/personal/cbustamante/files/2011/06/MATEMATICAS_FINANCIERAS.pdf

Ramírez Mora, J. M., y Martínez Cárdenas, E. E. (2010). *Matemática financiera: interés, tasas y equivalencias. Aplicaciones en Microsoft Office Excel 2007 y calculadora financiera Hewlett-Packard, Modelos 17 BII y 19 B II*. Trillas.

Mora Pisco, L. L., Duran Vasco, M. E., & Zambrano Loor, J. G. (2016). Consideraciones actuales sobre gestión empresarial. *Dominio De Las Ciencias*, 2(4), 511–520. https://doi.org/10.23857/dc.v2i4.276

Meza Orozco, J. de J. (2017). Matemáticas financieras aplicadas (6ta ed.). Ecoe Ediciones. https://www.ecoeediciones.mx/wp-content/uploads/2017/06/Matematicas-Financieras-Aplicadas-6ta-Edici%C3%B3n.pdf

Orientación Universia. (6 de Julio de 2020). Orientación Universia. Obtenido de https://orientacion.universia.net.co/infodetail/orientacion/consejos/en-que-consiste-la-ingenieria-financiera-7567.html

Ruiz, Hector A. (1985). Matemáticas Financieras. Primera edición, Universidad Santo Tomas-USTA. Bogotá.

Rubio Martin, J. (2010). El Dinero: oferta y demanda. https://docta.ucm.es/rest/api/core/bitstreams/c08524a8-d813-4b93-8126-a69a81f2f764/content

Rey Huertas, L., & Moreno Sierra, V. (2022). ASPECTOS BÁSICOS DE INGIENERÍA ECONÓMICA. http://dx.doi.org/10.16925/gcgp.72

Rey Huertas, L. E. y Moreno Sierra, V. C. (2022). *Aspectos básicos de ingeniería económica* (Generación de contenidos impresos, N.º 52). Ediciones Universidad Cooperativa de Colombia. http://dx.doi.org/10.16925/gcgp.72

Sosa Gómez, R. (2006). *Manual de ingeniería económica*. Fondo Editorial Universidad EAFIT. Universidad del Magdalena. https://acortar.link/TG4X6n

Shull, D. (2012). *Juegos mentales de mercado: una psicología radical de la inversión, el trading y el riesgo* (1.ª ed.). McGraw Hill Professional.

Sosa, R. E. (2013). *Manual de ingeniería económica* (2.ª ed.). Santa Marta: Fondo de Públicaciones.

Sullivan, W. G., Wicks, E. M., & Luxhoj, J. T. (2004). *Ingeniería económica de DeGarmo*. Pearson Educación. https://lc.cx/qLDOec

Trujillo Arias, C. (2012). *Ingeniería en gestión empresarial*. https://www.significados.com/gestion/520

Universidad Politécnica de Cartagena. (28 de octubre de 2013). Año Internacional de la Estadística. ¿Sabías que...? Bachelier y la predicción de precios de acciones en la Bolsa de París. Obtenido de https://www.upct.es/noticias/2013-10-28-2013-ano-internacional-de-la-estadistica-sabias-que-bachelier-y-la-prediccion-de-precios-de-acciones-en-la-bolsa-de-paris#:~:-text=%2DLouis%20Bachelier%20(1870%2D1946,a%20la%20predicci%C3%B3n%20de%20precios

Universidad Veracruzana. (2014). ¿QUÉ ES LA INGENIERÍA FINANCIERA? Obtenido de https://www.uv.mx/personal/joacosta/files/2014/09/ingenieria-finacier.pdf

Urbina, G. B., & Aranda, M. M. (2017). *Ingeniería financiera*. Grupo Editorial Patria. https://acortar.link/9QURmf

Velásquez Laguna, V. (16 de octubre de 2021). LA BASE CONCEPTUAL DE LAS MATEMÁTICAS FINANCIERAS. Obtenido de https://doi.org/10.38147/invneg.v14i24.154

Vargas, L.F. (2023). Clase de Ingeniería Económica. Universidad de la Amazonía.

ANEXOS

Anexo A. Calculadora para convertir tasas de interés.