

CAPÍTULO 5

APRENDIZAJE DE LOS PROFESORES DE MATEMÁTICAS. USO DE LOS ORGANIZADORES CURRICULARES, ESTRUCTURA CONCEPTUAL Y SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN

*Learning of mathematics teachers.
use of curriculum organizers, conceptual structure and
representation systems*

ELIZABETH HURTADO MARTÍNEZ

Universidad de la Amazonia, Magister en Docencia de las Matemáticas, Docente Planta Tiempo Completo,
Licenciatura en Matemáticas, Colectivo de Investigación en Educación Matemática – CIEM.

Código ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9374-4145>

Link Google Scholar: https://scholar.google.com/citations?view_op=list_works&hl=es&user=P3ZHFdEAAAAJ

Link Researchgate: <https://www.researchgate.net/profile/Elizabeth-Hurtado-Martinez>

Email Institucional: e.hurtado@udla.edu.co

JUAN ALEXANDER TRIVIÑO QUICENO

Universidad de la Amazonia, Magister en Docencia de las Matemáticas, Docente Planta Tiempo Completo,
Licenciatura en Matemáticas, Colectivo de Investigación en Educación Matemática – CIEM.

Código ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0500-7968>

Link Google Scholar: <https://scholar.google.com/citations?hl=es&user=z3vBBIMAAAAJ>

Link Researchgate: <https://www.researchgate.net/profile/Juan-Trivino-Quiceno>

Email Institucional: j.trivino@udla.edu.co

Como citar este capítulo: Hurtado Martínez, E. y Triviño Quiceno, J.A. (2023). Aprendizaje de los profesores de matemáticas. uso de los organizadores curriculares, estructura conceptual y sistemas de representación. En Universidad de la Amazonia - UNIAMAZONIA. *Investigación interdisciplinaria Universidad de la Amazonia - Libro resultado de investigación*. (1er edición. pp. 146). Editorial Universidad de la Amazonia. DOI: 10.47847/9786287693098.4

RESUMEN

La investigación “Sistematización de los aprendizajes logrados por el Colectivo de Investigadores en Educación Matemática -CIEM- como comunidad de práctica, cuando usan los organizadores curriculares “estructura conceptual” y “sistemas de representación” en los procesos de intervención curricular en la Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de la Amazonia”, Colombia, planteó como propósito sistematizar la experiencia como comunidad de práctica del CIEM (Wenger, 1998; Hernández y Flóres, 2013), cuando usan los organizadores curriculares mencionados en los procesos de diseño de unidades didácticas en el marco del desarrollo del proyecto macro de investigación “Sistematización de la experiencia de comunidad de práctica generada en los procesos de intervención curricular del Colectivo de Investigación en Educación Matemática (CIEM) en la Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de la Amazonia”. La investigación se sustentó en una perspectiva interpretativa de ciencia social (CARR y KEMMIS, 1988), con enfoque cualitativo (Orbegoso, 2015) en tres fases: conceptualización, diseño y aplicación, y caracterización y sistematización, las cuales se describirán en el apartado correspondiente. El presente capítulo da cuenta del planteamiento del problema, metodología, resultados y conclusiones.

Palabras claves: Formación inicial de profesores; análisis didáctico; organizadores curriculares; modelo SUTUP.

ABSTRACT

The research "Systematization of the learning achieved by the Collective of Researchers in Mathematics Education -CIEM- as a community of practice, when they use the curricular organizers "conceptual structure" and "representation systems" in the processes of curricular intervention in the Degree in Mathematics and Physics of the University of Amazonia”, Colombia, proposed the purpose of systematizing the experience as a CIEM community of practice (Wenger, 1998; Hernández and Flóres, 2013), when they use the curricular organizers mentioned in the design processes of didactic units within the framework of the development of the macro research project “Systematization of the community of practice experience generated in the curricular intervention processes of the Mathematics Education Research Collective (CIEM) in the Mathematics and Physics Degree at the University of Amazonia”. The research was based on an interpretative perspective of social science (CARR and KEMMIS, 1988), with a qualitative approach (Orbegoso, 2015) in three phases: conceptualization, design and application, and characterization and systematization, which will be

described in the corresponding section. This chapter gives an account of the approach to the problem, methodology, results and conclusions.

Keywords: Initial teacher training; didactic analysis; curriculum organizers; SUTUP model.

INTRODUCCIÓN

El proyecto de investigación “Sistematización de los aprendizajes logrados por el Colectivo de Investigadores en Educación Matemática -CIEM- como comunidad de práctica, cuando usan los organizadores curriculares “estructura conceptual y sistemas de representación” en los procesos de intervención curricular en la Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de la Amazonia”, se desarrolló en el marco del macro proyecto de investigación “Sistematización de la experiencia de comunidad de práctica generada en los procesos de intervención curricular del Colectivo de Investigación en Educación Matemática (CIEM) en la Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de la Amazonia”. Se planteó como cuestión de investigación ¿Cuál es el aprendizaje logrado por el colectivo de investigación como comunidad de práctica, cuando usa los organizadores curriculares estructura conceptual y sistemas de representación en los procesos de diseño de unidades didácticas?, asumiendo como objetivo general “sistematizar la experiencia como comunidad de práctica del CIEM, cuando usa los organizadores curriculares estructura conceptual y sistemas de representación en los procesos de diseño de unidades didácticas”.

Teniendo en cuenta que el proyecto de investigación se sustentó en las prácticas que desarrolló el CIEM en el marco de los procesos curriculares de la Licenciatura en Matemáticas y Física desde el proyecto macro referenciado en el apartado anterior, toma como referencia la línea de investigación “Pedagogía y Didáctica de las Matemáticas y Física” de la Facultad de Ciencias de la Educación, es pertinente anotar que de manera particular se planteó identificar cual fue el impacto de la comunidad de práctica (Wenger, 1998; Hernández y Flóres, 2013) en tres aspectos fundamentales: a) las prácticas mismas, b) los aprendizajes y c) los conocimientos logrados. En esta perspectiva el objeto de investigación lo constituyeron las experiencias del colectivo, las que giraron en torno a la participación en procesos de autoformación desarrollados en un espacio que se denominó “Diplomado en Análisis Didáctico y Diseño Curricular” que fue orientado a la construcción colectiva por parte de los profesores, usando el análisis didáctico (Gómez, 2007) para el diseño, gestión y

evaluación de unidades didácticas para ser implementadas en los espacios académicos que estructuran el plan de estudios de los semestres I y II de la licenciatura en mención. En este contexto se definieron como objetivos específicos los siguientes:

1. Identificar los referentes conceptuales y metodológicos para la investigación.
2. Usar el modelo SUTUP para analizar las unidades didácticas diseñadas por los profesores participantes del programa de formación.
3. Analizar, sistematizar y elaborar informe de caracterización de los aprendizajes identificados en los profesores participantes del diplomado.

La investigación se sustentó en una perspectiva interpretativa de ciencia social (CARR y KEMMIS, 1988), con enfoque cualitativo (Orbegoso, 2015), en la que se reconoce el carácter subjetivo de las experiencias instituciones en las cuales lo actores, profesores de la licenciatura, participaron activamente en la generación de conocimientos sobre sus prácticas, conocimientos y aprendizajes. La investigación se estructuró en tres fases: conceptualización, diseño y aplicación, y caracterización y sistematización, las cuales se describirán en el apartado correspondiente.

Planteamiento del problema y justificación.

La investigación se sustentó en las siguientes categorías conceptuales:

La formación del profesor de matemáticas.

Son diversas las investigaciones que se han ocupado de la formación del profesor de matemáticas. La búsqueda constante de alternativas en la forma de enseñar, en el cómo enseñar, en el conocimiento que debe tener, en su actuar ante la dinámica y cambiante sociedad, han motivado trabajos como los de Llinares, (2009), Contreras (2011), Lurdury (2014), Gómez (2000), García (2003), entre otros, los que han evidenciado la necesidad de una formación específica del profesor universitario tanto en aspectos concretos de matemáticas aplicadas a estudios experimentales, como en cuestiones didácticas. De hecho, hoy en día las comunidades académicas (Wenger, 1998; Hernández y Flóres, 2013) discuten sobre la necesidad de tener, por parte de los profesores, un sólido saber disciplinar, referido no solo al conocimiento “puro” de las matemáticas, sino a su historia, a los diferentes sistemas de representación de los objetos matemáticos, a las estructuras conceptuales que integran un contenido, a los modelos que se utilizan, pero también requerir de un conocimiento didáctico y curricular que dé cuenta de los procesos de organización de los contenidos en el aula y las formas en que este conocimiento se crea y recrea en el marco de su enseñanza y aprendizaje.

Con base en lo anterior, investigaciones recientes al interior de la didáctica de las matemáticas se ocupan de la formación del profesor en esta disciplina, y se interesa en especial por describir los conocimientos que son pertinentes para el profesional de la educación matemática. ¿Cuáles son los conocimientos que deben tener los profesionales de esta área?, ¿es suficiente con una formación disciplinar en el área de las matemáticas?; son solo algunos de los interrogantes que se plantean acerca de cómo formar a los futuros profesores. En este sentido, Rico (1997) enuncia las necesidades formativas del profesor, asociadas a unas bases teóricas e instrumentos conceptuales que le permitan planificar y coordinar su trabajo en el aula, para lo cual se hace necesario incorporar en la formación de profesores herramientas conceptuales bien construidas y potentes con las que mejore su propia formación.

Al respecto, Gómez (2006, citando Lupiáñez y Rico, 2005) plantea una estrategia de uso de organizadores curriculares en las prácticas profesionales de los profesores, como “un procedimiento cíclico en el que el profesor ha de movilizar y poner en juego su conocimiento didáctico para diseñar, implementar y evaluar actividades de enseñanza y aprendizaje” (p. 1). El autor describe esta estrategia como un proceso sistemático de planificación que proporciona herramientas a los profesores para llevar a cabo una planificación de calidad, al favorecer el desarrollo de un conjunto de capacidades que contribuyen al desarrollo de la competencia de planificación del profesor de matemáticas. Dichos análisis se desarrollan desde cuatro dimensiones básicas: de contenido, cognitivo, de instrucción y de la actuación.

Análisis didáctico y organizadores curriculares.

Como ya se manifestó, el profesor de matemáticas en su formación necesita de fundamentos que favorezcan el ejercicio de la gestión en el aula, permitiendo la realización de reflexiones sobre los diferentes significados, haciendo énfasis en las situaciones de tipo problema identificando capacidades que se desean alcanzar, para dar solución a través de diseños didácticos que fortalezcan la comprensión de un tema matemático y su organización curricular. Al respecto, Lupiáñez (2009), plantea que en el

nivel de planificación del profesor, las componentes en las que se concreta el currículo en cada una de sus dimensiones son los contenidos, los objetivos, la metodología y la evaluación. Estas son las cuatro componentes tradiciones del currículo que debe manejar el profesor (p. 29).

pero abordar con profundidad estas componentes exige una serie de herramientas con las que abordarlas cuando se intenta realizar el diseño de actividades de enseñanza y aprendizaje. Estas herramientas son los Organizadores Curriculares.

Los “organizadores del currículo” propuestos por Rico (1997) son herramientas conceptuales y metodológicas que le permiten al profesor profundizar, organizar y seleccionar información sobre los múltiples significados de un tema matemático. Puede considerarse como un “plan de formación en matemáticas para los niños, jóvenes y adultos que tiene lugar en el sistema educativo de un país” (Rico y Lupiáñez, 2008, p. 34).

Según Gómez (2006), el análisis didáctico se constituye en una herramienta para el diseño de unidades didácticas. Este análisis se centra en la planificación local del profesor como responsable del diseño, implementación y evaluación de temas matemáticos. Propone cuatro análisis: de contenido, cognitivo, de instrucción y de actuación. A continuación, se describe cada análisis.

Análisis de Contenido: es el proceso para identificar y organizar la multiplicidad de conceptos, significados y fenómenos que se organizan en torno a un tema matemático. Este tipo de análisis referido a un tema matemático se estructura con los siguientes organizadores curriculares:

- ✓ Estructura Conceptual: es una herramienta de organización y representación de conceptos que permiten sintetizar ideas y opiniones acerca de un tema específico. Estas estructuras permiten, básicamente, relacionar conceptos ordenadamente para definir completamente un tema matemático.
- ✓ Sistemas de Representación: este organizador le permite al profesor identificar las múltiples formas en que un tema matemático puede ser representado. La representación en un lenguaje simbólico, verbal, pictográfico, tabular, etc., son diversas formas en que un tema matemático se puede representar y las cuales se deben recrear en el aula para que exista una verdadera comprensión del mismo.
- ✓ La Fenomenología: como organizador del currículo, permite identificar los fenómenos que dan sentido al tema matemático, las subestructuras que permiten organizar dichos fenómenos, los contextos en los que se dan en estos fenómenos y las situaciones en que éste cobra sentido.

Análisis Cognitivo: este análisis permite a los docentes poner en juego las expectativas de aprendizaje sobre un tema matemático, para dar solución a posibles errores y dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje del tema matemático, ya que el docente es el mediador entre el conocimiento y los alumnos.

Análisis de Instrucción: el profesor selecciona y diseña secuencias de tareas que empleará en la instrucción para lograr las expectativas de aprendizaje que ha concretado anteriormente. También analiza los diferentes materiales y recursos que podrá emplear en sus clases y delimita los criterios y los instrumentos de evaluación.

Análisis de Actuación: Este análisis se lleva a cabo en el proceso de gestión de las tareas de aprendizaje en el aula de matemáticas. El profesor planifica su actuación en el aula, la gestiona y la evalúa para determinar el aprendizaje de los estudiantes y la eficacia misma con el fin de tener información acerca del nivel de logro de las expectativas de aprendizaje establecidas.

Como profesores, el propósito de su actuación en el aula es contribuir a la formación de los estudiantes a través del diseño y puesta en juego de tareas y actividades de enseñanza y aprendizaje, para lo cual debe ser capaz de seleccionar o crear ambientes de aprendizaje que motiven su interacción con los estudiantes, creando espacios ricos en conocimiento, participación e interés por el desarrollo de un pensamiento matemático crítico. Para ello, debe poner en juego su competencia de planificación en torno a los tipos de análisis mencionados.

La competencia de planificación en la formación de profesores de matemáticas.

Gómez (2006) plantea que de acuerdo al tipo de análisis que realice el profesor (de contenido, cognitivo, de instrucción y de actuación) cuando diseña una unidad didáctica, así mismo se estará desarrollando capacidades profesionales, como identificar los múltiples significados del tema matemático, elaborar su estructura conceptual, organizar la información para iniciar el proceso de planificación, identificar las capacidades a desarrollar en los estudiantes, además definir las dificultades que los estudiantes pueden encontrar al abordar las tareas, establecer hipótesis sobre los caminos alternos que se pueden tomar para desarrollar el aprendizaje, etc.

De acuerdo al propósito de la investigación, es necesario abordar lo que se asume en esta investigación como aprendizaje, particularmente precisar lo que se entenderá por aprendizaje de los

profesores en el diplomado, al usar los organizadores curriculares estructura conceptual y sistemas de representación.

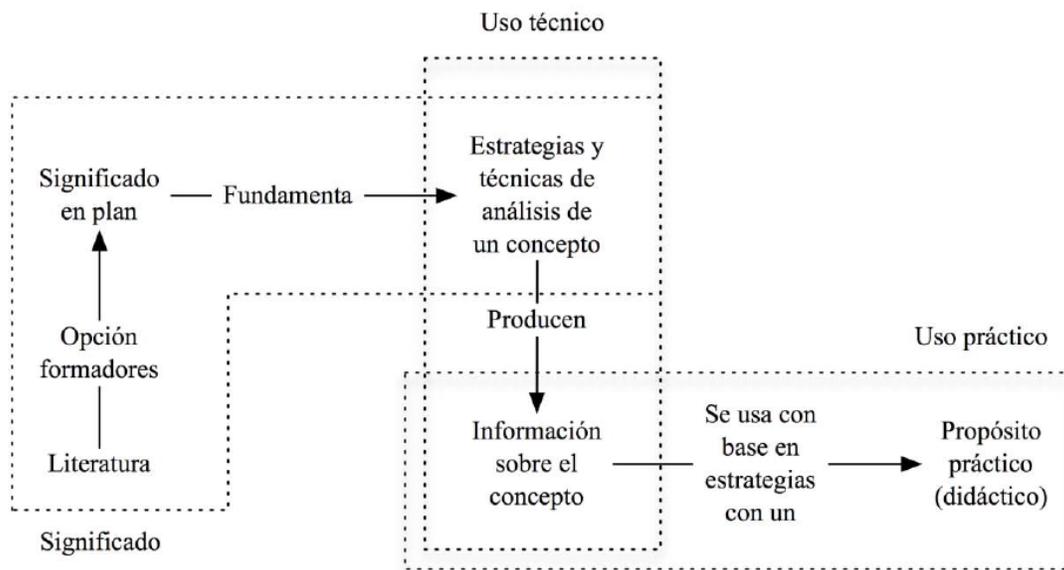
Aprendizaje de los profesores.

El aprendizaje de los profesores se asumió en correspondencia con el modelo SUTUP. (González y Gómez, 2008; Gómez y Cañadas, 2012a). “Este método propuesto se fundamenta en una visión del aprendizaje de los organizadores del currículo (SUTUP). ...permite describir algunos aspectos relevantes del aprendizaje de los grupos de profesores en formación a partir de un conjunto reducido de manifestaciones de esas actuaciones” (Gómez y Cañadas, 2012a, p. 10).

Significado, Uso Técnico y Uso Práctico: SUTUP.

El modelo SUTUP, centra su atención en el proceso de aprendizaje de los organizadores del currículo, este asume que el aprendizaje de un organizador del currículo implica que el profesor debe (a) entenderlo para poder usarlo (significado), (b) usarlo para analizar el concepto matemático y obtener información acerca de él (uso técnico), y (c) usar esta información con un propósito didáctico. En la siguiente figura, se ilustra el proceso del modelo.

Figura 1.
Significado y Usos de un Organizador del Currículo.



Fuente: Gonzáles y Gómez (2008, p. 3).

Con este modelo, se caracterizó el tipo de aprendizaje al hacer uso de los organizadores del currículo “estructura conceptual” y “sistemas de representación”, este tipo de aprendizaje se identifica desde tres tipos de conocimiento:

- ✓ El “significado” (S) de un organizador del currículo es propio al programa de formación. En este programa se conocen las descripciones teóricas del contenido matemático como un sistema referido a un organizador del currículo. Hace referencia al conocimiento disciplinar del organizador del currículo que se adoptado alrededor de unas ideas clave que lo caracterizan y determinan su relación con otros conceptos.
- ✓ El “uso técnico” (UT) hace referencia a las ideas claves que surgen del significado (S) y se organizan como un conjunto de técnicas que brindan información propia del organizador curricular, con el fin de producir información relevante del contenido matemático para ser analizado y organizado.
- ✓ Conocer el “significado” (S) y “uso técnico” (UT) de un organizador curricular referido a un contenido matemático, posibilita tomar mejores decisiones con propósitos didácticos, también facilita el análisis o relación con otro organizador curricular o para el diseño de unidades didácticas. A este tipo de conocimiento se le denomina “uso práctico” UP). (Gómez y Cañadas, 2012b).

Este modelo, permite explorar e identificar el tipo de aprendizaje de los organizadores del currículo que conforman el análisis didáctico en profesores que participan en programas de formación basados en este tipo de análisis mencionado.

En coherencia con los anteriores referentes teóricos y con el propósito de la investigación, se utilizó el modelo SUTUP para indagar sobre el aprendizaje de los profesores participantes del diplomado sobre los organizadores curriculares “estructura conceptual” y “sistemas de representación” cuando diseñan unidades didácticas.

METODOLOGÍA

Como ya se indicó, el objetivo de la investigación fue “sistematizar la experiencia como comunidad de práctica del CIEM, cuando usan los organizadores curriculares estructura conceptual y sistemas de representación en los procesos de diseño de unidades didácticas”, desde una perspectiva interpretativa de ciencia social con carácter cualitativa (CARR y KEMMIS, 1988), en la que los

profesores participaron activamente en la sistematización de su experiencia como comunidad de práctica (Wenger, 1998; Hernández y Flóres, 2013) y en la generación de conocimientos sobre sus propias prácticas, conocimientos y aprendizajes.

La investigación buscó abordar la realidad de las prácticas curriculares de la licenciatura a partir de los rasgos cualitativos de las prácticas, aprendizajes y conocimientos de un colectivo de profesores que se consolida como comunidad de práctica a partir de una mirada crítica de su actuación en el aula en la perspectiva de mejorarla.

De acuerdo a la naturaleza y los intereses de la investigación, se planteó la estructura metodológica que se presenta en la tabla 1, la estructura incorpora las fases, los objetivos específicos y las metas que se esperaban alcanzar con el desarrollo del proyecto.

Tabla 1.
Fases, objetivos, metas y actividades en el proyecto.

FASES	OBJETIVOS	META
Fase 1 Conceptualización	Identificar los referentes conceptuales y metodológicos para la investigación.	Desarrollar las categorías conceptuales que sustentan el proyecto de investigación.
Fase 2 Diseño y aplicación	Usar el modelo SUTUP para analizar las unidades didácticas diseñadas por los profesores participantes del programa de formación.	Aplicar el modelo SUTUP para analizar las unidades didácticas diseñadas por los profesores participantes del programa.
Fase 3 Caracterización y sistematización	Analizar, sistematizar y elaborar informe de caracterización de los aprendizajes identificados en los profesores participantes del programa de formación.	Describir los aprendizajes logrados por los profesores participantes del diplomado.

Instrumentos.

En coherencia con los fundamentos teóricos, metodológicos y con el propósito de la investigación, se definieron las unidades de análisis, categorías de análisis e indicadores de análisis para cada uno de los organizadores curriculares “estructura conceptual” y “sistemas de representación”. Los anteriores análisis se categorizaron desde el campo: conceptual, procedimental y sistemas de representación. En las siguientes tablas se pueden identificar los diferentes elementos que interactúan desde el campo conceptual, procedimental y sistemas de representación referidos a los organizadores curriculares mencionados.

Tabla 2.
Elementos conceptuales del organizador curricular “estructura conceptual”.

CAMPO CONCEPTUAL	
NIVELES	ELEMENTOS Y RELACIONES (Subniveles)
Hechos	Términos
	Notaciones
	Convenios
	Resultados
Conceptos	Conjuntos de hechos y relaciones entre ellos
Estructuras conceptuales	Sistemas de conceptos relacionados entre sí (ítems, nódulos, conectores)

Según Rico et al. (1997), el campo conceptual está conformado por tres niveles de conocimiento, el primero de ellos son los hechos, que se refiere a las unidades de información que sirven como registros de acontecimientos, que a la vez presenta unos subniveles: términos, notaciones, convenios y resultados; el segundo nivel, los conceptos, son aquellas nociones que describen y relacionan un grupo de hechos, mediante modelos y representaciones; el tercero son las estructuras conceptuales, que sirven para establecer relaciones entre conceptos.

Tabla 3.
Elementos procedimentales del organizador curricular “estructura conceptual”.

CAMPO PROCEDIMENTAL	
NIVELES	ELEMENTOS Y RELACIONES (Subniveles)
Destrezas	Procesamiento de hechos
	Manipulación de símbolos
	Transformaciones
Razonamientos	Deductivos
	Inductivos
	Analógicos
	Figurativos
Estrategias	Estrategias

De acuerdo a los planteamientos de Rico, et al. (1997). El campo procedimental, consiste en los modos de ejecución ordenada de una tarea, está conformada por tres niveles, el primero son las destrezas, que consisten en la transformación de una expresión simbólica en otra expresión, y se clasifican en: aritméticas, métricas, geométricas, gráficas y de representación, las cuales se pueden encontrar en los subniveles procesamiento de hechos, manipulación de símbolos y transformaciones; el segundo nivel son los razonamientos, que se presentan al establecer nuevas relaciones entre las unidades de información (hechos) que constituyen un concepto y se expresa mediante argumentos

que den razón o justifiquen una propiedad o relación; el último nivel, está conformado por las estrategias, que operan dentro de una estructura conceptual e infieren cualquier tipo de procedimiento que se pueda realizar, para obtener una conclusión o responder a una situación problema, teniendo en cuenta las relaciones y conceptos implicados.

La estructura conceptual, no es solamente la enumeración de los conceptos que se encuentran involucrados en una estructura matemática, es la descripción de las relaciones existentes entre hechos, conceptos, estructuras conceptuales (campo conceptual), destrezas, razonamientos y estrategias (campo procedimental). Se debe realizar teniendo en cuenta el análisis de las diferentes maneras como se pueden representar esos conceptos y procedimientos, y las relaciones entre ellos. Dado el carácter estructural del organizador estructura conceptual.

Para construir la estructura conceptual de un tema matemático, se deben identificar los conceptos que conforman la estructura matemática y determinar las diversas representaciones de esos conceptos. Dentro de las representaciones, se debe establecer las relaciones entre ellas y explicar las relaciones entre los conceptos dentro de un mismo sistema de representación. Estas relaciones determinan las traducciones entre sistemas de representación.

En el proceso de construcción de la estructura conceptual basada en los sistemas de representación, este es cíclico, es decir, en la medida en que se avanza, se descubren nuevos aspectos a considerar. Al realizar este proceso, se debe poner en práctica el conocimiento matemático que se conoce y abordar el análisis de la estructura matemática desde una perspectiva de los significados estructurales y representacionales. “Dado que los temas matemáticos tienen sus propias características, no todos los sistemas de representación juegan el mismo papel en todos los temas” (Gómez y Cañadas, 2011, p. 20). Es decir, dependiendo del tema matemático seleccionado a representar, se podrá hacer en sus diferentes tipos de representación cuando estos tengan sentido. En la siguiente tabla se pueden visualizar los tipos de representación y los procedimientos.

Tabla 4.
Elementos referidos al organizador curricular sistemas de representación.

NIVELES	ELEMENTOS
Tipos de representación	Representación numérica
	Representación simbólica
	Representación tabular
	Representación gráfica

	Representación verbal
	Representación geométrica
	Representación pictórica
	Representación manipulativa
	Representación ejecutable (relacionado con las TIC)
Procedimientos con representaciones	Conversiones
	Transformaciones

De esta manera, se logró identificar categorías de análisis conceptuales (tabla 2) y procedimentales (tabla 3) para el organizador curricular “estructura conceptual”. Para el segundo organizador curricular “sistemas de representación”, se identificaron categorías del propio sistema de representación como tipos y procedimientos (tabla 4). Como herramienta conceptual para representar los anteriores organizadores curriculares, se identificó el mapa conceptual. Para la caracterización de los tipos de aprendizaje de los profesores participantes del diplomado al usar los anteriores organizadores curriculares, cuando diseñan unidades didácticas, se identificó el modelo SUTUP. En la siguiente tabla se registran las unidades de análisis, categorías de análisis y los indicadores de análisis generados desde el modelo SUTUP.

Tabla 5.

Unidades, categorías e indicadores de análisis, para identificar los tipos de aprendizaje desde el modelo SUTUP referidos a los organizadores curriculares “estructura conceptual” y “sistemas de representación”.

UNIDAD DE ANÁLISIS	CATEGORÍA DE ANÁLISIS	INDICADORES DE ANÁLISIS
CONOCIMIENTOS	Hechos	Términos Notaciones Convenios Resultados
	Conceptos Estructuras conceptuales	Conjuntos de hechos y relaciones entre ellos Sistemas de conceptos relacionados entre sí (ítems, nódulos, conectores)
PROCEDIMIENTOS	Destrezas	Procesamiento de hechos Manipulación de símbolos Transformaciones
	Razonamientos	Deductivos Inductivos Analógicos Figurativos
	Estrategias	Estrategias
SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN	Tipos de representación	Representación numérica Representación simbólica Representación tabular Representación gráfica Representación verbal Representación geométrica Representación pictórica Representación manipulativa

	Representación ejecutable (relacionado con las TIC)
Procedimientos con representaciones	Conversiones Transformaciones

Descritos los referentes principales apartados anteriores, con el propósito de identificar las unidades, categorías e indicadores de análisis para la definición y diseño de los instrumentos de la investigación, se diseñaron los instrumentos con el propósito de registrar los tipos de aprendizaje de los profesores desde el modelo SUTUP, cuando hacen uso de los organizadores curriculares al diseñar las unidades didácticas. En la siguiente tabla se muestran los instrumentos diseñados y utilizados.

Tabla 6.

Descripción instrumentos recolección de la información desde el “significado” y “uso técnico” del modelo SUTUP.

No.	Instrumento	Propósito
1	Categorías e indicadores de análisis conocimientos : identificación de los aprendizajes referidos al organizador curricular “ estructura conceptual ” desde el significado del modelo SUTUP.	Desde el campo conceptual, identificar los tipos de aprendizaje referido al significado desde el modelo SUTUP de los profesores participantes del diplomado cuando diseñan sus unidades didácticas al usar el organizador curricular “estructura conceptual”.
2	Categorías e indicadores de análisis procedimientos : identificación de los aprendizajes referidos al organizador curricular “ estructura conceptual ” desde el significado del modelo SUTUP.	Desde el campo procedimental, identificar los tipos de aprendizaje referido al significado desde el modelo SUTUP de los profesores participantes del diplomado cuando diseñan sus unidades didácticas al usar el organizador curricular “estructura conceptual”.
3	Categorías e indicadores de análisis sistema de presentación : identificación de los aprendizajes referidos al organizador curricular “ sistemas de representación ” desde el significado del modelo SUTUP.	Desde la unidad de análisis sistemas de representación, identificar los tipos de aprendizaje referido al significado desde el modelo SUTUP de los profesores participantes del diplomado cuando diseñan sus unidades didácticas al usar el organizador curricular “sistemas de representación”.
4	Categorías e indicadores de análisis conocimientos : identificación de los aprendizajes referidos al organizador curricular “ estructura conceptual ” desde el uso técnico del modelo SUTUP.	Desde el campo conceptual, identificar los tipos de aprendizaje referido al uso técnico desde el modelo SUTUP de los profesores participantes del diplomado cuando diseñan sus unidades didácticas al usar el organizador curricular “estructura conceptual”.
5	Categorías e indicadores de análisis procedimientos : identificación de los aprendizajes referidos al organizador curricular “ estructura conceptual ” desde el uso técnico del modelo SUTUP.	Desde el campo procedimental, identificar los tipos de aprendizaje referido al uso técnico desde el modelo SUTUP de los profesores participantes del diplomado cuando diseñan sus unidades didácticas al usar el organizador curricular “estructura conceptual”.
6	Categorías e indicadores de análisis sistemas de representación : identificación de los aprendizajes referidos al organizador curricular “ sistemas de representación ” desde el uso técnico del modelo SUTUP.	Desde la unidad de análisis sistemas de representación, identificar los tipos de aprendizaje referido al uso técnico desde el modelo SUTUP de los profesores participantes del diplomado cuando diseñan sus unidades didácticas al usar el organizador curricular “sistemas de representación”.

La siguiente tabla, muestra la descripción de los instrumentos que se diseñaron para registrar los tipos de aprendizajes referidos al “uso práctico” que los profesores le asignaron al tema matemático en el diseño de tareas matemáticas desde el modelo SUTUP.

Tabla 7.

Descripción instrumentos recolección de la información desde el “uso práctico” del modelo SUTUP.

No.	Instrumento	Propósito
7	Codificación para análisis del “uso práctico” referido al organizador curricular “estructura conceptual”.	Codificar los indicadores de análisis del organizador “estructura curricular” para identificar el “uso práctico” desde el modelo SUTUP en las tareas diseñadas por los docentes.
8	Codificación para análisis del “uso práctico” referido al organizador curricular “sistemas de representación”.	Codificar los indicadores de análisis del organizador “sistemas de representación” para identificar el “uso práctico” desde el modelo SUTUP en las tareas diseñadas por los docentes.
9	“Uso práctico” (diseño de tareas) que los profesores asignaron al contenido matemático con el organizador del currículo “estructura conceptual”.	Identificar el tipo de aprendizaje referido al “uso práctico” desde el modelo SUTUP, que los profesores asignaron en el diseño de las tareas de las unidades didácticas referente al organizador curricular “estructura conceptual”.
10	“Uso práctico” (definición de capacidades) que los profesores asignaron al contenido matemático con el organizador del currículo “estructura conceptual”.	Identificar el tipo de aprendizaje referido al “uso práctico” desde el modelo SUTUP, que los profesores asignaron en la formulación de las capacidades de las tareas en las unidades didácticas referente al organizador curricular “estructura conceptual”.
11	“Uso práctico” que los profesores asignaron al contenido matemático con el organizador del currículo “sistemas de representación”.	Identificar el tipo de aprendizaje referido al “uso práctico” desde el modelo SUTUP, que los profesores asignaron al contenido matemático en las unidades didácticas referente al organizador curricular “sistemas de representación”.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Teniendo en cuenta el alcance de cada uno de los objetivos específicos propuestas para el desarrollo de la investigación, se presentan los resultados para cada uno de ellos.

El alcance del **primer objetivo específico**, permitió identificar las categorías conceptuales y metodológicas para el desarrollo de la investigación desde los referentes de Rico (1997), Rico, et al. (1997), Gómez (2006), Gómez (2007), Rico y Lupiáñez (2008), González y Gómez (2008), Lupiáñez (2009), Gómez y Cañadas (2011, 2012a, 2012b), al igual que identificar intereses comunes con la presente. Los anteriores referentes permitieron el diseño de los instrumentos descritos en apartados anteriores. Ellas son las indicadas en la tabla 5.

En cuanto al alcance del **objetivo específico dos**, se identificaron las unidades de análisis, categorías e indicadores desde el campo conceptual, procedimental y sistemas de representación referidos al modelo SUTUP, con el propósito de identificar los aprendizajes de los profesores participantes del diplomado cuando hacen uso de los organizadores curriculares: estructura conceptual y sistemas de representación, al diseñar unidades didácticas. Lo anterior permitió el diseño, aplicación e interpretación de la información registrada en cada uno de los instrumentos descritos en la tabla 6 y 7.

Respecto al **objetivo específico tres**, orientado a la caracterización de los aprendizajes logrados por los profesores desde el modelo SUTUP fue posible realizar la identificación y caracterización de los tipos de aprendizaje que lograron los profesores participantes del diplomado en “Análisis Didáctico y Diseño Curricular”, al usar los organizadores curriculares “estructura conceptual” y “sistemas de representación”. La metodología empleada permitió establecer la clasificación de las acciones. A continuación, se presenta una síntesis de los principales resultados de esta fase, como características de los aprendizajes de los profesores:

- ✓ Las tareas propuestas para las unidades didácticas alcanzan diferentes acciones referidas al campo conceptual, procedimental y sistemas de representación, es decir, los profesores identifican relaciones (indicadores de análisis) entre los diferentes campos para diseñar las tareas de los contenidos matemáticos abordados. Sin embargo, se registra un mayor desarrollo de las capacidades en el campo conceptual (hechos, conceptos y estructura conceptual) que en el procedimental (destrezas, razonamientos y estrategias) y sistema de representación (tipos de representación y procedimientos con representaciones).
- ✓ Las relaciones entre las categorías (conocimientos, procedimientos y sistemas de representación) y sus elementos (hechos, conceptos, estructuras, destrezas, razonamientos, estrategias, tipos de representación y procedimientos) descritos en las diferentes tablas de la estructura conceptual y sistemas de representación como organizadores curriculares, son importantes para identificar el contenido matemático como un sistema que se pueda describir y analizar, de esta manera brindar información a otros organizadores curriculares (hipótesis de aprendizaje), además de facilitar su representación en un mapa conceptual.
- ✓ Se logró evidenciar en las unidades didácticas la relación conceptual entre los organizadores curriculares “estructura conceptual” y “sistemas de representación”. Es decir, los docentes participantes del diplomado identificaron elementos propios del contenido matemático y sus múltiples representaciones para el diseño de las tareas y formulación de las capacidades desde el organizador “sistemas de representación”, cuando representan estos organizadores en mapas conceptuales.
- ✓ En la formulación de las tareas, ambas unidades didácticas muestran un desarrollo apropiado del “significado” y “uso técnico” del organizador curricular “estructura conceptual” y “sistemas de representación”, lo que evidencia la apropiación del uso práctico del organizador curricular.

CONCLUSIONES

- Las conclusiones de la investigación se estructuran a partir de una breve síntesis de los resultados obtenidos para cada objetivo específico. En cuanto al primer objetivo, se logró identificar las categorías conceptuales y metodológicas para el proyecto de investigación. Desde Rico (1997), Rico, et al. (1997), Gómez (2006), Gómez (2007), se identificaron elementos conceptuales de interés referente al conocimiento y análisis didáctico para diseñar unidades didácticas haciendo uso de los organizadores curriculares. Desde Rico y Lupiáñez (2008), González y Gómez (2008), Lupiáñez (2009), Gómez y Cañadas (2011) y Gómez y Cañadas (2012a, 2012b), se identificaron elementos conceptuales y metodológicos para caracterizar el tipo de aprendizaje desde el modelo SUTUP, cuando los profesores diseñan unidades didácticas. Lo anterior permitió identificar las unidades de análisis (conceptual, procedimental y sistema de representación), las categorías conceptuales para cada una de las unidades y sus indicadores de análisis.
- Con respecto al segundo objetivo, definidas las unidades de análisis, categorías e indicadores, se procedió al diseño de los instrumentos de recolección de la información y de acuerdo a la estructura metodológica para la investigación, se registró la información en cada instrumento según su propósito. Lo anterior permitió registrar desde el modelo SUTUP el tipo de aprendizaje: significado (S), uso técnico (UT) y uso práctico (UP) a las unidades didácticas que integran los espacios académicos Construcción de los Reales y El Problema de la Comensurabilidad e Incomensurabilidad del I semestre, Geometrías, y Congruencias y Semejanzas del II semestre, referido a los organizadores curriculares “estructura conceptual” y “sistemas de representación”. Lo anterior deja en evidencia el alcance del objetivo específico dos.
- En cuanto al objetivo tres, los profesores demostraron tener apropiación en el “significado” y “uso técnico” del contenido matemático, lo que le facilitó poner en juego el “uso práctico” en el diseño de las unidades didácticas, particularmente en el diseño de las tareas.
- Finalmente, de acuerdo a la descripción de los resultados para cada uno de los objetivos específicos, se evidencia el alcance del propósito de la investigación: caracterizar los aprendizajes logrados por el Colectivo de Investigadores en Educación Matemática -CIEM- como comunidad de práctica, cuando usan los organizadores curriculares estructura conceptual y sistemas de representación. Las prácticas, los conocimientos y los aprendizajes descritos en la investigación, permitirán a futuro, indicar alternativas para mejorar las

unidades didácticas y nuevas versiones del diplomado y su impacto en el currículo de la Licenciatura en Matemáticas y Física.

BIBLIOGRAFÍA

- Carr y Kemmis, (1989). Teoría crítica de la enseñanza. Martínez Roca Editores, Madrid.
- Contreras, J. (2011). Evaluación de conocimientos y recursos didácticos en la formación de profesores sobre probabilidad condicional. Tesis Doctoral. Universidad de Granada. España. Recuperado de: <http://www.ugr.es/~batanero/documentos/contreras.pdf>
- García, O. G. (2003). Las Competencias en la Educación Matemática. Documento taller sobre competencias en el marco del desarrollo de la Maestría en Docencia de las Matemáticas, Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Gómez, P. (2006). Análisis didáctico en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/1278/1/Gomez2006Analisis_SEIEM_15.pdf.
- Gómez, P. (2007). Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/444/1/Gomez2007Desarrollo.pdf>
- Gómez, P. (2000). Los organizadores del currículo en matemáticas. Revista EMA, 5(3), 267-277. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/346/1/GomezP00-2465.PDF>
- González, M. J. y Gómez, P. (2008). Significados y usos de la noción de objetivo en la formación inicial de profesores de matemáticas. Investigación en educación matemática XII. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/1211/1/Gonzalez2008Significados_SEIEM_425.pdf.
- Gómez, P. y Cañadas, M. C. (2011). La fenomenología en la formación de profesores de matemáticas. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/1916/1/Can%CC%83adasGomez_VocesSilencios.pdf.
- Gómez, P., y Cañadas, M. C. (2012). Método para la descripción del aprendizaje de un organizador del currículo por profesores en formación. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/2040/1/Gomez_Cannadas_Metodo_PNA_Valencia_2012.pdf.
- Gómez, P. y Cañadas, M. C. (2012). Dificultades manifestadas por profesores en formación en el aprendizaje del análisis fenomenológico. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/1882/1/G%C3%B3mez2012Dificultades.pdf>.
- Hernández, A., Flores, R. (2013). Caracterización de una Comunidad de Práctica Orientada al uso de la Matemática en la Enseñanza de la Ingeniería. Universidad Nacional Autónoma de México. Revista Innovación Educativa, vol. 13, número 62. Recuperado de: <http://www.scielo.org.mx/pdf/ie/v13n62/v13n62a7.pdf>
- Linares, S. (2009). La investigación sobre el profesor de matemáticas: aprendizaje del profesor y práctica profesional. Aula: Revista De Pedagogía De La Universidad De Salamanca, 10. Recuperado de: <https://revistas.usal.es/tres/index.php/0214-3402/article/view/3557/3578>
- Lupiáñez, J. L. (2009). Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación Inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Recuperado de: <http://0-hera.ugr.es.adrastea.ugr.es/tesisugr/18504188.pdf>.
- Lupiáñez, J. L., Rico, L. (2005). Análisis cognitivo en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Recuperado de: http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/formacion/An%C3%A1lisis%20cognitivo%20en%20la%20formaci%C3%B3n%20inicial%20de%20profesores%20de%20Matem%C3%A1ticas%20de%20secundaria.*Jose%C2%A0Luis%C2%A0Lupi%C3%A1%20Lupi%C3%A1ez* Analisis%20cognitivo%20en%20la%20form.pdf
- Lurduy, J. O. (2014). Formación de Profesores de Matemáticas. Horizontes pedagógicos, 2(1). Recuperado de: <https://horizontespedagogicos.iberu.edu.co/article/view/497>
- Orbego, J. (2015). Manual de metodología de la investigación cualitativa. Lima, Perú.
- Rico, L. (1997). Los organizadores del currículo de matemáticas. En L. Rico (Coord.), La Educación Matemática. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/522/1/RicoL97-2529.PDF>.

- Rico, L. (Coord.), Castro, E., Castro, E., Coriat, M., Marín, A., Puig, L., Sierra, M., y Socas, M. (1997). *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona: ice - Horsori.
- Rico, L. y Lupiáñez, J. L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza Editorial.
- Wenger, E. (1998). *Communities of practice. Learning, meaning, and identity*. Cambridge: Cambridge University.